Miscelánea Matemática **41** (2005) 1–5 SMM

Reseña del libro: **Differential Equations, Dynamical Systems and An Introduction to Chaos**[1]

por

Morris W. Hirsch, Stephen Smale and Robert L. Devaney,
Elsevier Academic Press, Oxford, UK, 2004.

Faustino Sánchez Garduño,
Departamento de Matemáticas,
Facultad de Ciencias, UNAM,
Ciudad Universitaria, México, 04510, D.F.
e-mail: faustino@servidor.unam.mx

En 2004 se cumplieron treinta años de la publicación del libro: *Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra*, escrito por los matemáticos estadounidenses Morris W. Hirsch y Stephen Smale. No sé si fue un acto consciente de sus autores, pero ellos celebraron esas tres décadas publicando lo que llaman la segunda edición, esta vez bajo el título: *Differential Equations, Dynamical Systems and An Introduction to Chaos* e incorporando a la autoría de éste, al matemático —también de nacionalidad estadounidense— Robert L. Devaney.

Pertenezco a las generaciones de la Facultad de Ciencias de la UNAM que, a finales de la década de los setentas y principios de los ochentas del siglo pasado, se sintieron atraídos por las ecuaciones diferenciales y los sistemas dinámicos. Para este grupo de estudiantes, en

[1]Esta nota se incluye a solicitud del Comité Editorial de *Miscelánea Matemática* de la Sociedad Matemática Mexicana.

La primera versión de esta reseña apareció publicada en el número 166 del *Boletín* del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la UNAM. El *Boletín*, no es una revista de publicaciones técnicas, más bien es un órgano interno de información y comunicación del personal académico adscrito a nuestro Departamento. En estos términos, la publicación aludida no siguió procedimiento editorial alguno como sí hubiese ocurrido en cualquier revista de carácter técnico.

ese tiempo, era casi obligado "echarse" el "Hirsch y Smale", como familiarmente solíamos llamar a la primera edición del libro motivo de esta reseña. Para principiantes —como éramos entonces— la lectura del Hirsch y Smale no era una tarea fácil, por lo que frecuentemente se organizaban seminarios con la finalidad de "seminarear" ese libro. En éstos, lo mismo participaban profesores del Departamento que estudiantes avanzados. En mi caso particular, por mis antecedentes en física y desde entonces, por mi inclinación hacia los modelos matemáticos en la biología, me dejó muy gratamente impresionado el enfoque cualitativo usado para estudiar sistemas no lineales de ecuaciones diferenciales cuyo origen eran algunos circuitos eléctricos, la mecánica y la ecología. Indudablemente que esas primeras incursiones en el Hirsch y Smale influyeron notablemente en la formación de varios de nosotros quienes —con el tiempo— hicimos de alguna rama de los sistemas dinámicos, nuestro quehacer académico diario.

"Que veinte años no es nada...", dice en una de sus partes el conocido tango *Volver*. En el caso de la dinámica, treinta años y no cualesquiera treinta años, sino precisamente los que van de 1974 a 2004, son mucho. Para 1974 el concepto de caos —aunque con añejos antecedentes pero sin la debida formalización— apenas si tímidamente asomaba sus narices en el escenario matemático; mientras que para 2004, tal concepto —entre otros muchos— ya adquirieron carta de naturalización en la dinámica no lineal. Nuevos paradigmas, nuevas formas de estudiar a distintos tipos de sistemas dinámicos, el uso de computadoras cada vez más capaces y veloces y su cada vez más frecuente incorporación como una herramienta básica para muchos matemáticos, han permitido exploraciones que eran impensables en la década de los setentas del siglo pasado. La ubicuidad de modelos matemáticos no lineales en las más variadas áreas del conocimiento los cuales poseen una rica dinámica incluyendo comportamientos complejos de las variables relevantes, ha hecho que gente del más variado perfil profesional entre los que se incluyen fisiólogos, ecólogos, químicos, etc., se interese por dinámica no lineal y sistemas complejos.

Los autores de esta segunda edición —con absoluta sensibilidad del nuevo escenario y con un profundo conocimiento de la materia— produjeron la segunda versión del libro que, aunque parte de los sólidos cimientos y se fortalece de los castillos estructurales de la primera edición, tiene características propias. Tres de carácter general son:

1. Aligeraron el texto en varias partes,
2. Incluyeron temas y metodologías que no tenía la primera versión,

3. Incorporaron ejemplos surgidos de otras ciencias y que hoy día son punto de partida de muchas investigaciones.

Acercando la lupa, uno puede ver los detalles que ilustran las generalidades mencionadas anteriormente. El excesivo espacio dedicado a sistemas lineales de ecuaciones diferenciales (en el que incluyo el material de álgebra lineal que lo antecede) en la primera edición, sin demérito alguno de la presentación misma, se redujo considerablemente dejando sólo las partes relevantes para el estudio de sistemas dinámicos continuos lineales. La inclusión del análisis cualitativo (estabilidad, bifurcaciones, caos, etc.) de sistemas no lineales (en algunos casos de dimensión tres como el de Lorenz, el de Rossler, el circuito de Chua o el modelo SIRS) provenientes de la fisiología, la química, la epidemiología, etc., junto con la incorporación de referencias recientes, además de darle un aire fresco al libro, preparan y motivan al lector para abordar problemas de actualidad en esas áreas. Sin duda, este es uno de los méritos que veo en esta nueva edición. Los ejercicios que se incluyen al final de cada capítulo están muy bien escogidos; si la tarea de resolverlos es tomada con seriedad por los lectores, seguro que aquéllos no sólo les reforzará lo visto, sino que les sembrará inquietudes que trascienden el contenido estricto del capítulo en cuestión. Las simulaciones numéricas usadas por los autores del libro para dibujar: retratos fase, diagramas de bifurcaciones, etc., son sólo una muestra de la realidad actual en el modo de trabajo de muchos matemáticos dedicados a los sistemas dinámicos.

Celebro mucho la incorporación de temas que, siendo corrientes en la literatura actual sobre dinámica, no aparecían en la primera edición. Las secciones sobre: métodos numéricos para obtener soluciones aproximadas, campos vectoriales en variable compleja o los capítulos: sistemas dinámicos discretos incluido todo su bagaje (conjunto de Cantor, dinámica simbólica, etc.) y el de fenómenos homoclínicos le dan un aire renovado al libro.

Confieso que en relación a la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, me ubico del lado de quienes prefieren presentar al inicio de los cursos una gran variedad de problemas de suerte que sean éstos (y posiblemente otros más) los hilos conductores que motiven la introducción de: conceptos, teoría y técnicas suficientes como para que en una primera etapa, permitan retomar los problemas planteados y analizarlos a la luz de lo introducido. Interpretar los resultados en términos de los problemas que les dieron origen y vislumbrar la generalidad de aquéllos, es una tarea no sólo necesaria, sino fundamental en todo pro-

ceso de modelación matemática. A otro nivel, seguro será necesaria la introducción de nuevos conceptos, el desarrollo de más teoría, etc., pero indudablemente recorrer el ciclo que acabo de esbozar, iluminará el camino y dará la certeza de que nuestros pasos son seguros. Teniendo esta concepción en mente y sin que esto vaya en demérito del trabajo y esfuerzo hecho por sus autores, me parece que dejar para los capítulos finales a manera de "aplicaciones", problemas tan fundamentales como: la dinámica de las diferentes interacciones que se dan entre dos poblaciones, la teoría cualitativa de algunos circuitos eléctricos o la dinámica que resulta de la interacción gravitacional entre masas, es inapropiado sobre todo porque ya habrá transcurrido algún tiempo desde que se presentó la teoría pertinente. Fácilmente éstos, junto con otros más, perfectamente pueden convertirse en líneas eje a lo largo de las cuales se presente el material.

Los capítulos no necesariamente están seriados y aunque desde luego es imperativo poseer un conocimiento básico mínimo, una vez adquirido éste, el lector puede explorar distintas rutas, varios "ires" y "venires" a lo largo del libro. Un adecuado "ping-pong" pudiera ser muy apropiado para aquellos lectores para quienes es reconfortante tener este tipo de retroalimentación. Por ejemplo, para llegar al capítulo 11 no necesariamente hay que haber leído los diez primeros. Esto le da al libro gran flexibilidad tanto para la presentación de esos materiales en cursos o en seminarios.

Soy sensible al sentimiento que se produce en un autor cuando decide escribir un libro pues la decisión sobre qué material incluir y cuál desechar, no es fácil. Sin embargo, me cuesta trabajo digerir el hecho de que temas como el teorema de Liouville, la teoría de Floquet y por lo menos algunos elementos sobre estabilidad estructural (tema que sí contenía la primera edición), no aparezcan en el nuevo libro. En esta misma vena, considero deseable que en una futura edición... ojalá que no tengan que pasar otros treinta años, sería muy recomendable se incorporara al capítulo de ecología un estudio sobre los sistemas mutualistas y que al capítulo sobre fenómenos homoclínicos se le agregara el análisis del sistema de Fitzhugh-Nagumo en coordenadas de ondas viajeras pues esto sentaría un sólido antecedente para aquellos que en otra etapa estuviesen interesados en el estudio de la propagación de ondas en medios excitables. Además, esto le daría continuidad y profundidad a la incipiente sección sobre neurofisiología que actualmente contiene. Igualmente deseable sería que la siguiente versión incluyera un capítulo sobre cinética química pues esta área está siendo fuente de importantes problemas dinámicos.

Por el material que contiene y el enfoque moderno con el que se presenta, considero que este puede ser un excelente libro de texto para un segundo curso de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en los planes de estudio de las carreras de ciencias como matemáticas y física. Con la apropiada guía, también podría ser de gran utilidad para estudiantes de algunas ingenierías, química o biología. Un comentario especial me merece su eventual uso para estudiantes de ingeniería o física. El libro de Hirsch *et al.*, los conducirá por un camino que se aparta de esa tan febril, como en muchos casos inútil, búsqueda de soluciones explícitas a las ecuaciones diferenciales no lineales que invariablemente surgen en problemas "reales". Las herramientas de la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales les darán la posibilidad de poder decir mucho sobre las cualidades de las soluciones de aquéllas... aunque no se conozcan explícitamente. Por lo demás, en la inmensa mayoría de los casos es imposible su obtención.

La lectura de esta segunda edición del libro me dejó muy buen sabor de boca y no es para menos, sus autores —además de ser matemáticos prominentes que han hecho contribuciones fundamentales a la matemática, en especial a los sistemas dinámicos— son profesores que han hecho escuela en el mundo entero. La docencia la han ejercido directamente o bien de forma indirecta a través de sus libros de texto, artículos e infinidad de conferencias y cursillos que han dictado.

Veo con gran simpatía la publicación de este libro y no dudo en afirmar que será —como en su momento lo fue la primera edición— un texto que marcará el futuro académico de aquellos estudiantes nuestros que se sientan atraídos por la dinámica no lineal en su versión de ecuaciones diferenciales. También continuará siendo una referencia obligada para quienes impartimos estos cursos tanto a nivel licenciatura como de posgrado.