

DOI: <https://doi.org/10.47234/mm.7307>

# Juego de dados de Mozart

Hernando Ortega

Instituto de Investigaciones en  
Matemáticas Aplicadas y en Sistemas  
Universidad Nacional Autónoma de México  
[hernando@sigma.iimas.unam.mx](mailto:hernando@sigma.iimas.unam.mx)

## 1. Introducción

En mayo de 2002, siendo el Dr. Federico O'Reilly director del Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas (IIMAS), recibió la solicitud del Maestro Jorge Velazco<sup>1</sup> para evaluar la posibilidad de que se desarrollara el simulador de un juego creado en el siglo XVIII, cuya autoría se atribuía a Mozart y que permitía componer música<sup>2</sup> por medio de un proceso aleatorio. Sin duda el principal motor para la colaboración de estas dos instituciones sería la curiosidad científica y artística por explorar un proceso que según describiera el autor del juego, en cuatro idiomas, serviría «para componer sin el menor conocimiento de música tantos vales como uno quiera, lanzando un par de dados». Pero para mi era muy claro que detrás del profesionalismo y seriedad que Federico mostró en las subsecuentes reuniones con el Maestro Velazco, ya fraguaba en su mente algo más allá que esta exploración; que superaría por mucho las expectativas que ya se habían generado, una mezcla de visión, compromiso, entusiasmo y emoción. En mi opinión, la máxima prueba del alcance que tuvo la visión del Dr. Federico al dirigir este proyecto, fue el ganarse la muy honrosa mención del mismísimo Maestro Miguel Ángel Granados Chapa<sup>3</sup> en su famosa columna de opinión política (!) «Plaza pública», bajo el orgulloso título

---

*Palabras clave:* Mozart, juego de dados, azar.

<sup>1</sup>Quien en ese entonces era el Director Artístico de la Orquesta Sinfónica de Minería, desde 1996 hasta su fallecimiento en 2003 <https://mineria.org.mx/nosotros/>

<sup>2</sup>¿Debería ponerse a debate quien es el autor de cada obra generada por este juego? Siendo estrictos Mozart es el creador de este universo de posibles composiciones pero el jugador se convierte en un explorador y descubridor de estas obras; muy probablemente nunca antes escritas, ejecutadas, o escuchadas.

<sup>3</sup>Implacable analista político e iniciador de proyectos como la revista Proceso y el periódico La Jornada; constante persecutor de la corrupción, conocedor y amante de la música clásica y asiduo asistente a los conciertos en la sala Nezahualcoyotl.

«Esta es la UNAM»<sup>4</sup>, el 19 de agosto de 2003, un par de días después de que se llevara a cabo el «estreno» de la obra descrita, en la sala Nezahualcóyotl. Aún cuando el Maestro Granados Chapa dedicó su columna, cito únicamente la última parte, donde destacó la importancia de la UNAM para la construcción de nuestra nación:

Habrá lectores que se pregunten a qué viene esta malinformada crónica de lo ocurrido el sábado por la noche en la sala Nezahualcóyotl, o acaso supongan que los editores erraron al colocar este texto en un espacio destinado habitualmente a hablar de política o de asuntos públicos en general. Pero no hay error en la selección del tema. Es que al presenciar la combinación de intereses y saberes que hizo a Mozart componer valsos dos siglos y pico después de muerto (una fiebre infecciosa se lo llevó el 5 de diciembre de 1791) comprendimos, por si no tuviéramos pruebas bastantes y cotidianas de ello, que eso es la Universidad Nacional. El resultado no fue un simple divertimento para elegidos, sino una demostración de las calidades que hallan su asiento en la UNAM. Sobresaliente en no pocas áreas de su docencia (como se hace constar en el estudio sobre la enseñanza superior aparecido en el suplemento universitario de Reforma de anteayer domingo), la Universidad Nacional no tiene parangón en lo que corresponde a sus actividades de investigación científica y humanística y de difusión cultural. El conjunto de sus tareas la ha colocado en el lugar eminente que ocupa en el sistema nacional de educación superior, público y privado, de donde proviene su autoridad para examinar las políticas públicas en un terreno del que depende el futuro nacional.

Posterior a la solicitud del Maestro Velazco, Federico me pidió nos reuniéramos para comenzar a analizar el desarrollo de un simulador de lo que recuerdo me describió como un juego para crear obras musicales utilizando dados y que había creado Mozart. En ese entonces yo tenía 3 años de haber empezado a trabajar administrando los equipos de cómputo y las redes en el Departamento de Probabilidad y Estadística de ese Instituto, prácticamente desde mediados de la huelga del 99 que duró casi un año y hasta la fecha<sup>5</sup>. Tenía también un par de años

---

<sup>4</sup>En esta liga se aloja una copia del texto original:

<https://www.elsiglodetorreón.com.mx/noticia/2003/esta-es-la-unam-plaza-publica.html>. Debo mencionar que no hubiese tenido la oportunidad de mostrar con orgullo a mi padre, quien fuese uno de muchos admiradores y seguidores del Maestro Granados Chapa, la mención del proyecto donde había participado si no hubiese sido por la Dra. Silvia Ruiz-Velazco, quien me regalara un ejemplar del periódico Reforma el mismo día de su publicación.

<sup>5</sup>En ese entonces y a tres años de haber terminado la huelga del 99, aún se resentían las secuelas de la «mala imagen» que se había atribuido a la UNAM por dicho movimiento.

de haber terminado mi tesis de maestría en el área de Realidad Virtual, y estaba desarrollando un par de juegos didácticos bajo la tutela del Dr. Raúl Rueda para un proyecto de difusión con el Instituto de Matemáticas. Con estos antecedentes seguramente Federico pensó que podría ayudarme en la tarea de desarrollar el simulador del juego, no solo en el sentido de programación sino también en el de la visualización del proceso y de los resultados. Siendo honesto, en aquel entonces no dimensioné las implicaciones y posibilidades de los conceptos y teoría detrás de este juego, como seguramente el Dr Federico y el Maestro Velazco lo hacían, yo solo escuché las palabras: explorar, programar, simulador, 3d, juegos, entre otras, y con eso tuve para emocionarme y poner «manos a la obra».

Recuerdo que tuvimos varias reuniones con el Maestro Jorge Velazco y junto con él Federico planteó que se desarrollaría un sistema que, siguiendo las reglas del juego atribuido a Mozart: Musikalisches Würfelspiel (en alemán, «juego de dados musical»), tuviera los siguientes objetivos principales:

- Conservar el espíritu lúdico y de «misterio» originales del juego, manteniendo los elementos descritos en las reglas del mismo, tales como los dados, la visualización del resultado de cada «tirada» y la consecuente selección de las partituras con base en este, así como la transcripción de las mismas a fin de formar la obra final.
- Generar «en vivo» (durante el concierto y minutos previos a su ejecución) la impresión de las partituras con suficiente calidad para su interpretación a primera lectura, eliminando con esto el error humano al hacer la transcripción de las partituras pero manteniendo la expectativa en el público de que se estaba creando en ese momento.

## 2. Breve biografía de Mozart

En esta sección trato de citar solo algunos hechos y fechas importantes en la vida de Mozart a fin de dar un poco más de contexto a su trabajo, sin embargo, puede encontrarse una cronología más extensa en las fuentes citadas al final de este documento.

Mozart nació en Austria el 27 de enero de 1756, y murió el 5 de diciembre de 1791 a los 35 años de edad. Solo él y su hermana sobrevivieron la niñez y llegaron a adultos de los 7 hermanos que formaron su familia. Su extensa obra correspondió a su genio y al hecho de haber empezado su formación musical desde muy pequeño guiado por su padre. Cabe mencionar que a los 4 años ya componía pequeñas obras de considerable complejidad.

En 1762 debutó en la corte imperial de Viena y en 1763 inició su primer gira junto con toda su familia.

En 1770 fue admitido en la Academia Filarmónica de Bolonia.

Sus servicios fueron solicitados en la Corte de Salsburgo en 1773 donde sirvió hasta 1777.

Viaja a París en 1778 buscando empleo, regresa a Viena en 1781 donde radicaría hasta su muerte.

Se casó en 1782, tuvo seis hijos de los cuales solo dos sobrevivieron.

En 1787, murió el padre de Mozart. Algunas fuentes refieren que en este año se escribe la obra *Musikalisches Würfelspiel* (Juego de Dados).

En marzo de 1791, Mozart ofreció en Viena el concierto para piano y orquesta KV 595; fue uno de sus últimos conciertos públicos. Este mismo año nace su último hijo, Franz Xaver, el 26 de julio.

En 1793 la obra aparece publicada por primera vez en la Edición de J.J. Hummel, Berlín-Amsterdam, con el título «*Musikalisches Würfelspiel*» (Juego de dados musical).

Mozart tuvo problemas de salud a lo largo de su vida, sufriendo por épocas la viruela, amigdalitis, bronquitis, neumonía, fiebre tifoidea, reumatismo y periodontitis. Existen muchas teorías sobre la muerte del compositor, incluyendo triquinosis, gripe, envenenamiento por mercurio y una afectación a los riñones.

### 3. Catálogo Köchel de la obra de Mozart

La extensa obra de Mozart fue enumerada por Ludwig von Köchel en 1862 en un catálogo que comprende las 626 obras codificadas con un número del 1 al 626 precedido por el sufijo K o KV, siguiendo un orden cronológico casi siempre válido. Sin la intención de ser exhaustivo en esta sección mencionaré que una recopilación del catálogo Köchel y una descripción más detallada del mismo puede encontrarse en la Wikipedia<sup>6</sup>.

Cabe mencionar también que en la primera edición aparecen algunas obras atribuidas erróneamente a Mozart y a su vez se omiten otras que no habían sido descubiertas. El catálogo ha tenido varias revisiones, en particular en 1936 Alfred Einstein reubicó una gran cantidad de obras agregando una letra al final del número original a fin de no alterar el número propio de Köchel, por lo que en algunas fuentes la obra en cuestión es referida como K. 516f.

Por otro lado y para el muy particular caso del «*Musikalisches Würfelspiel*»<sup>7</sup>, por tratarse en realidad de un conjunto o familia de 11 elevado

<sup>6</sup>Referencia en Wikipedia: [https://es.wikipedia.org/wiki/Catalogo\\_Kochel](https://es.wikipedia.org/wiki/Catalogo_Kochel)

<sup>7</sup>Que algunas fuentes lo refieren como K294 (situándola a mediados de su vida, 1778) y las más como K516 (unos 8 años después, 1776).

a la potencia 16 o 5, 949 ,729, 863, 572, 161 obras, se ha convenido utilizar adicionalmente una extensión de 16 «dígitos» precedida de un punto al número Köchel utilizando un sistema de base 11 representado por los símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y A, para designar a todas y cada una de las posibles combinaciones. La correspondencia entre el resultado de los dados y estos símbolos («0» a la «A») comienza con suma igual a 2 representada por «0», seguida por una suma igual a 3 representada con «1» y así sucesivamente hasta terminar con una suma igual a 12 que se representa con «A»; y usando esta misma asignación para uno de los 16 compases a representar

Así , por ejemplo, la partitura más probable (donde cada una de las 16 tiradas el resultado de ambos dados sumarían 7) tendría el número Köchel, K. 516.5555555555555555.

#### 4. La historia detrás del juego atribuido a Mozart

El «Musikalisches Würfelspiel» (Juego de Dados Musical) es en realidad el nombre genérico que se daba en Europa Occidental del siglo XVIII al conjunto de juegos que de manera sistemática permitían generar música de forma aleatoria con un par de dados y que en aquel entonces eran muy populares pues era parte del entretenimiento existente<sup>8</sup>. Había juegos de este tipo, incluso algunos que no requerían dado, cuya mecánica consistía simplemente en escoger un número al azar.

Uno de los más conocidos, y que es el que se aborda en la presente descripción, es el juego que publicó el editor de Mozart: Nikolaus Simrock en Berlín en 1792, a un año de la muerte de Mozart. Lo cual, aunado a que el estilo de composición para los melómanos expertos «suena a Mozart», es que hasta la fecha se ha atribuido la obra a él sin haberse demostrado nunca este hecho. Algunas referencias sin embargo<sup>9</sup> mencionan incluso que cuando Mozart tenía apenas 21 años en 1777 creó un «Juego de Dados Musical K. 294 (Anh. C) para escribir valeses con la ayuda de dos dados sin ser músico ni saber nada de composición»<sup>10</sup>.

Otras refieren a un manuscrito de Mozart del l KV 516f, escrito en 1787, como «una multitud de fragmentos de música de dos compases de extensión, lo que parece ser fruto de alguna clase de juego o sistema para construir música a partir de esos breves pasajes de dos compases, aunque no aparecen instrucciones y no existen evidencias de que se emplease un dado en su elaboración»<sup>11</sup>.

<sup>8</sup>Referencia en Wikipedia: [https://es.wikipedia.org/wiki/Musikalisches\\_Würfelspiel](https://es.wikipedia.org/wiki/Musikalisches_Würfelspiel)

<sup>9</sup>Muy completo resumen: <https://es.slideshare.net/blacasitos/juego-de-dados-de-mozart>

<sup>10</sup>Excelente descripción y estudio expuesto en una conferencia del autor: <https://revistas.pucp.edu.pe/index.php/promathematica/article/download/8188/8484/>

<sup>11</sup>Referencia en Wikipedia: [https://es.wikipedia.org/wiki/Musikalisches\\_Würfelspiel](https://es.wikipedia.org/wiki/Musikalisches_Würfelspiel)

Estas discrepancias aunque curiosas, en realidad no son tan importantes, sino el hecho de que este juego nos permite enfatizar la relación entre las matemáticas y la música (o las artes en general), ya que podemos observar que no solo nos permiten medir, describir y construir, sino incluso generar o componer obras musicales a partir de reglas y conceptos tales como la probabilidad aplicada a los juegos de azar, modelos estadísticos, autómatas, etc. sí, sin que se requiera conocimiento musical alguno, pero sí, volviéndonos parte de una «maquinaria» de creación que utiliza piezas «prefabricadas», que no solo nos entretiene sino que despierta nuestra curiosidad sobre cómo funciona y qué tan pequeñas podrían ser las piezas, de manera que lleguemos a preguntarnos si pudiéramos llegar a emular la actividad creativa humana en la creación de una obra de cualquier tipo.

## 5. Descripción del Juego de dados

La edición original publicada del juego<sup>12</sup> consiste en un panfleto de 7 páginas (contando la carátula) donde se observan 3 elementos principales: Una hoja de instrucciones en 4 idiomas (alemán, francés, inglés e italiano). Una «Tabla de música», que en apariencia es una partitura escrita para piano formada por 176 compases distribuidos en 3 páginas y numerados progresivamente del 1 al 176, y la cual funciona a manera de «base de datos». Dos tablas, denominadas como «Primer» y «Segunda» partitura, cada una de ellas con 11 renglones (enumerados desde 2 hasta el 12) y por 8 columnas (letras de la A a la H en orden alfabético). Cada celda de estas tablas contiene un número entre 1 y 176 que no se repite en ninguna otra. La función de estas tablas es indexar la base de datos o «Tabla de música» por medio del número contenido en cada celda.

El procedimiento para generar un vals consiste simplemente en hacer una tirada con dos dados por cada una de las columnas (de la A a la H) de las dos tablas, y con la suma de los números obtenidos con ambos dados en cada tirada referirnos al renglón correspondiente (un número del 2 al 12), finalmente con el número contenido en esa celda buscar el compás correspondiente en la «Tabla de Música». En resumen son necesarias un total de 16 tiradas para obtener todos los compases del vals. Un dato curioso es que las mismas instrucciones refieren que si se desea un Vals más largo simplemente se repitan los pasos desde el inicio y así indefinidamente, esto quiere decir que al igual que en los

---

<sup>12</sup>Copia digital del manuscrito original del juego: <https://musopen.org/es/music/2914-musikalisches-wurfelspiel-k-516f/>

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	96	22	141	41	105	122	11	30
3	32	6	128	63	146	46	134	81
4	69	95	158	13	153	55	110	24
5	40	17	113	85	161	2	159	100
6	148	74	163	45	80	97	36	107
7	104	157	27	167	154	68	118	91
8	152	60	171	53	99	133	21	127
9	119	84	114	50	140	86	169	94
10	98	142	42	156	75	129	62	123
11	3	87	165	61	135	47	147	33
12	54	130	10	103	28	37	106	5

**Cuadro 1.** Primer partitura.

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	70	121	26	9	112	49	109	14
3	117	39	126	56	174	18	116	83
4	66	139	15	132	73	58	145	79
5	90	176	7	34	67	160	52	170
6	25	143	64	125	76	136	1	93
7	138	71	150	29	101	162	23	151
8	16	155	57	175	43	168	89	172
9	120	88	48	166	51	115	72	111
10	65	77	19	82	137	38	149	8
11	102	4	31	164	144	59	173	78
12	35	20	108	92	12	124	44	131

**Cuadro 2.** Segunda partitura.

otros compases de las columnas adyacentes también existe una relación entre el último y primer compases a fin de generar ciclos infinitos.

Al final de este documento se incluye una copia del juego original<sup>13</sup>.

## 6. Algunos números y datos alrededor del Juego

En Internet pueden encontrarse muchas referencias al «Juego de Dados Musical de Mozart», en los cuales se enfatiza el número de posibles combinaciones en la elección de la partitura. Existen, también, páginas

<sup>13</sup>Copia digital del manuscrito original del juego: <https://musopen.org/es/music/2914-musikalisches-wurfelspiel-k-516f/>

en las que se simula este Juego de Dados e inclusive se pueden escuchar cada uno de composiciones generadas<sup>14</sup>. Sin tomar en cuenta que algunos compases son iguales aún cuando tienen distinto número que los identifica, en principio el número de posibles partituras corresponde al número 11 elevado a la potencia 16 ( 45, 949 ,729, 863, 572, 161).

Este número es tan grande que para poder dimensionarlo podríamos estimar que si se interpretaran continuamente y con un orden sistemático todas las partituras posibles, y cada interpretación durara unos 30 segundos, entonces para agotar todas las posibilidades, se requerirían más de 728 millones de años, interpretando la obra de día y de noche y de manera continua. Se estima que el Big Bang (inicio del Universo como lo conocemos) ocurrió hace aproximadamente 13 a 15 mil millones de años y que la existencia de nuestro astro solar, que lleva media vida, durará todavía unos 5 mil millones de años.

Es importante mencionar que no todas las realizaciones para la suma de dos dados, son igualmente probables. La distribución probabilística para la suma de las caras de dos dados lanzados al azar, se deduce haciendo la observación de que la suma igual a dos solo se da cuando en ambas caras aparece el número 1, esto es: (1,1) y la suma es 3 cuando: (1, 2) o bien (2, 1), y así las demás, por ejemplo, la suma vale 9 cuando: (3, 6) o (4, 5) o (5, 4) o (6, 3). Se observa que el número total de pares (i,j) es 36. Las referidas probabilidades de la suma son entonces:

$$\text{Prob}(2) = 1/36 = \text{Prob}(12)$$

$$\text{Prob}(3) = 2/36 = \text{Prob}(11)$$

$$\text{Prob}(4) = 3/36 = \text{Prob}(10)$$

$$\text{Prob}(5) = 4/36 = \text{Prob}(9)$$

$$\text{Prob}(6) = 5/36 = \text{Prob}(8)$$

$$\text{Prob}(7) = 6/36$$

Si los 16 lanzamientos del par de dados se hacen de manera independiente y observamos que las 16 sumas dieran como resultado, por ejemplo: (2, 4, 11, 6, 7, 6, 11, 8, 3, 5, 4, 8, 2, 12, 10, 7), este vector tiene una probabilidad asociada y es posible calcular su probabilidad de ocurrencia multiplicando las 16 probabilidades que le corresponden a cada uno de los números ejemplificados, la del 2, la del 4, la del 11, etcétera. Que en este caso el resultado es:

$$\text{Prob} = (1 \times 3 \times 2 \times 5 \times 6 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 4 \times 3 \times 5 \times 1 \times 1 \times 3 \times 6) \times (1/36 \text{ elevado a } 16).$$

<sup>14</sup>Simulador en línea que de manera interactiva permite interpretar las composiciones en versiones de minuet o trio. ya sea una a una o de forma continua e indefinidamente: <https://vician.net/mozart/>



De todas las más de 45,949 billones de posibles realizaciones, muchas comparten el tener la misma probabilidad de ocurrir pero solo una de ellas se distingue, desde el punto de vista probabilístico, en tener la probabilidad de ocurrencia más alta. Esta corresponde a la realización en donde para cada uno de los 16 compases, los dados suman 7 en todas las ocasiones. La probabilidad de dicha realización es  $1/6$  elevado a 16. Si como se dijo anteriormente, cada 30 segundos se interpreta una realización del Juego de Dados pero siguiendo al pie de la letra la selección aleatoria, la realización más probable que se ha mencionado, ocurriría «en promedio» cada 44,728 años. Haciendo un cálculo similar, una de las menos probables, por ejemplo (2, 2, 2, ..., 2), ocurriría «en promedio» cada 126,184 billones de años (tomando un billón como un millón de millones). Por ello no pensamos que sea una exageración el que cada vez que se anuncia que se interpretará el Juego de Dados, se presume como Estreno Mundial.

Ahora bien, analizando esta información, si se estima que el Big Bang (inicio del Universo como lo conocemos) ocurrió hace aproximadamente 13 a 15 mil millones de años y se estima que el Universo durará otros 17 mil millones de años; pues esto es sin duda nos hace reflexionar, ya que evidentemente, no habrá tiempo suficiente para agotar todas las posibles realizaciones de La obra El Juego de Dados si esta se interpreta siguiendo la selección aleatoria descrita.

## 7. Desarrollo del simulador

Una vez establecidos los alcances del simulador comenzamos a dividirnos el trabajo, el Dr. Federico se puso a investigar y desmenuzar matemáticamente, extrayendo información de interés y exponiéndola de manera que fuera posible apreciar en su verdadera dimensión los alcances numéricos del juego. Todo ello se plasmaría en un folleto que se repartiría cada vez que se utilizará el simulador en un concierto. De igual manera Federico ideó una forma nueva de visualizar las tablas propuestas por Mozart. Utilizó una serie de cuadernillos, 16 en total, montados en un par de bases, donde cada cuadernillo representa una columna de dichas tablas, y donde la primer página representa la suma de los dados igual a dos, la segunda una suma igual a tres y así sucesivamente hasta llegar a la página 11 que representa una suma de 12 en el par de dados. Al tirar los dados y obtener el resultado numérico, simplemente se busca la hoja correspondiente en el cuadernillo en turno, empezando por la izquierda. Al finalizar las 16 tiradas se obtiene la «partitura» que puede leerse a lo largo de los 16 cuadernillos. Hasta



**Figura 1.** Maqueta propuesta por Federico.

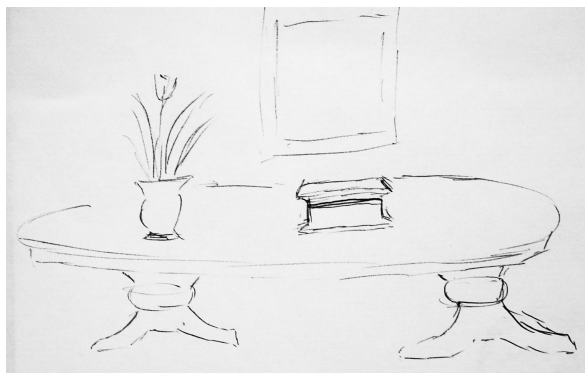
donde recuerdo su asistentes Perita y Julia lo auxiliaron en la construcción de la maqueta. Este esquema de representación es el que se escogió para el simulador.

Basándose en este prototipo funcional comencé a modelarlo como un videojuego, identificando los elementos gráficos y empezando por bosquejar su comportamiento y relación con todos los demás elementos, poniendo especial cuidado en la simulación de los dados y su comportamiento físico a fin de hacerlo lo más realista posible. Comencé a bocetar el escenario del juego, así como el personaje principal y sus posibles acciones, plasmando todo en papel, a lo cual seguiría la digitalización.

Dado que mis conocimientos en el área de modelado 3D no me serían suficientes para pasar del bosquejo al personaje virtual, pedí al Dr. Federico que invitara a mi amigo el Diseñador Víctor Hugo Godoy Aguirre del Laboratorio de Visualización de la entonces Dirección General de Servicios de Cómputo Académico DGSCA, quien haría el modelado geométrico y animación del personaje que representa a Mozart. Víctor realizó el modelado geométrico, texturización y género también los esqueletos y animaciones básicas del personaje; material que yo integraría posteriormente a la visualización del simulador.

Finalmente para generar las partituras que se utilizarían, la Orquesta Sinfónica de Minería nos proporcionó un arreglo de 176 compases para cuatro cuerdas plasmados en papel pues no era común manejar versiones digitales en aquel entonces. A lo que Federico pidió de a su hijo el Maestro Federico O'Reilly Regueiro (músico con especialidad en desarrollo de software ) nos ayudara capturando las partituras en un software llamado Finale, a fin de generar una serie de archivos gráficos (imágenes en formatos: jpg, tif,etc. ) que serían la base para construir las partituras sobre un arreglo matricial de 11 x 16, y donde en cada celda podría identificarse como el compás correspondiente para los cuatro instrumentos.

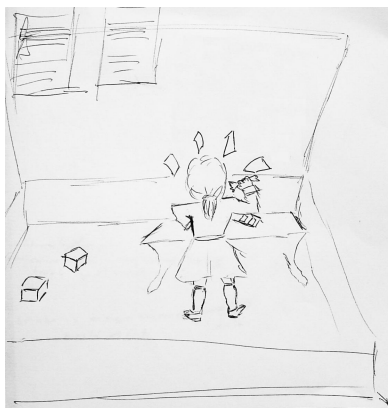
Tanto la programación del simulador como el control del comportamiento del personaje y los elementos gráficos (datos, cuadernillos,etc)



(a) Mesa con caja musical.



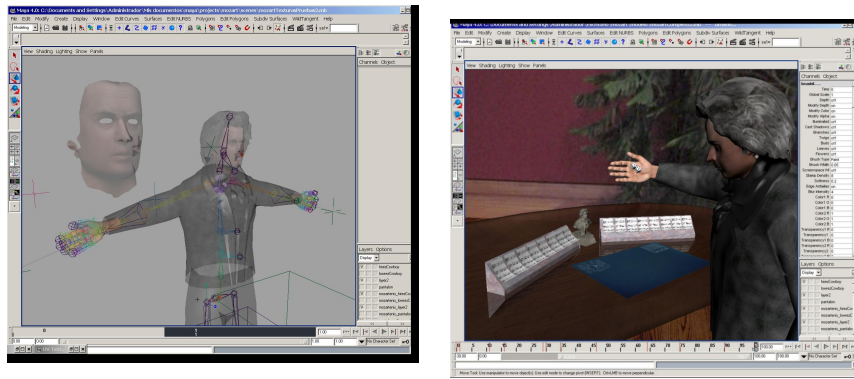
(b) Personaje representando a Mozart y caja musical.



(c) Mozart buscando partituras.

**Figura 2.** Propuesta previa para la visualización del simulador del juego.

se integraron en una página web con la intención de que pudiera ser utilizada en los conciertos, pero también que fuera posible su uso en cualquier computadora conectada a Internet.



(a) Modelo tridimensional del personaje con asignación de coyunturas para movimientos. (b) Prueba de movimientos e interacción con dados.

Figura 3. Modelado de personaje y acciones en el simulador.

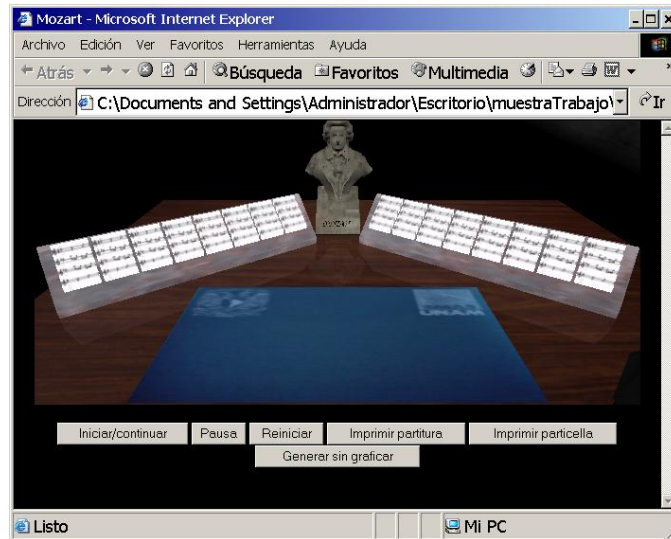


Figura 4. Modelo tridimensional de la maqueta propuesta por Federico ya dentro del simulador.

Con todo esto teníamos el material necesario para simular el proceso aleatorio, visualizarlo de manera gráfica, así como generar e imprimir las partituras con la calidad necesaria para su interpretación.

## 8. El estreno

El maestro Jorge Velazco muere en agosto de 2003, unos días antes del concierto en que se estrenaría la obra. Por lo que se estuvo a punto de cancelar la presentación del simulador por parte de la Sinfónica y

entonces Federico tuvo que convencer al Director de Orquesta Leon Spierer de que todo estaba listo, y para lo cual se propuso un ensayo en el auditorio del IIMAS unos días antes. Cabe mencionar que a pesar de que todo funcionó bien no eliminamos el nerviosismo, pues los músicos no sabían que se interpretaría hasta que se les dieran las partituras que se generarían segundos antes.

El maestro Jorge Velazco mencionaba que la presentación del juego se solía hacer con dados gigantes. Por lo que Federico pensó en complementar la experiencia presentando la simulación en un par de pantallas al frente del público, así como realizar una explicación previa (lo cual causaría extrañeza pues no se estila explicar nada durante los conciertos, pero esta vez hasta el mismo director de orquesta lo haría) y también en hacer un folleto muy al estilo de la obra original, de tal forma que la audiencia no solo escuchara la explicación y quizás se perdiera en ella y no disfrutara la ejecución, o por el contrario, olvidara los detalles, sino que pudiera meditar y revisar estos apuntes posteriormente. Para llevar a cabo todo esto se asistió del personal del Instituto, de la Secretaría Académica por parte de Silvia Ruiz, de la Secretaría técnica a cargo de Enrique Pérez, y encargando especial cuidado para el material encargó al Departamento de publicaciones, donde María Ochoa y Vanesa Gil se dieron a la tarea de describir y hacer llamativa la explicación de Federico. Este material apoyaría la explicación que daría Federico durante el concierto, lo cual fue motivo de extrañeza en el sentido de que eso no se estila... sin embargo fue necesario<sup>15</sup>.

Finalmente, el día 18 de agosto de 2003 se generaron y muy probablemente se estrenaron 3 obras en sala Netzahualcoyotl<sup>16</sup>.

Todo esto hubiese sido difícil de conjugar si la UNAM no hubiese tenido entre sus tareas el apoyar actividades científicas, artísticas y culturales. Sin mencionar la participación y apoyo de personal administrativo y académico del Instituto, como obviamente los artistas de la Sinfónica de Minería, ambas entidades de la UNAM.

## 9. Reflexiones finales

Seguramente el juego aquí presentado despertará la imaginación, haciendo pensar si este mismo proceso podría aplicarse a otras áreas,

<sup>15</sup>Presentación y explicación del juego por Federico durante el concierto: [https://www.youtube.com/watch?v=-XeD0FgBXWU&list=RD-XeD0FgBXWU&start\\_radio=1&t=4s](https://www.youtube.com/watch?v=-XeD0FgBXWU&list=RD-XeD0FgBXWU&start_radio=1&t=4s)

<sup>16</sup>Palabras del Director de Orquesta León Spierer, previas a la interpretación de los 3 valses generados durante el concierto, y quien dirigió el concierto donde se estrenaría la obra del juego de dados, así como la interpretación de los 3 valses generados durante el concierto: <https://www.youtube.com/watch?v=bKOFWYYvfRo>



**Figura 5.** Federico al finalizar la ejecución de la obra.

poesía, narrativa, etc. Algunos podrían ir más allá, imaginando si la labor creativa en realidad sigue un proceso similar, donde nuestra mente se hace de elementos constructivos (conocimientos) para después elegir de entre ellos para generar algo «nuevo».

Cuál sería la verdadera, reto, simple divertimento, trascender no con una obra estática sino con la posibilidad creando obras aun después de la muerte del autor, nos dejó un autómatas creador de obras.

En palabras del Director de Orquesta León Spierer<sup>17</sup>, quien dirigiera el estreno, acerca de esta obra de Mozart ; es fascinante! «por la cantidad de posibilidades para generar infinita», «Vamos a hacer partícipe al público de lo que estamos haciendo, porque vamos a improvisar en el instante<sup>18</sup>.» «...para mis colegas y para mí esto es un estreno mundial. . . vamos a leer a primera vista<sup>19</sup>.» refiriéndose a que las partituras se generarían en el momento y que muy probablemente jamás habían sido interpretadas. «Parecería el procedimiento de un compositor de vanguardia» sería el comentario de la conductora

Actualmente es normal escuchar diariamente sobre avances en el campo de la inteligencia artificial, automatización y tecnología en general. Ya no resulta tan novedoso el enterarse sobre un sistema capaz de «crear» una obra literaria, una pintura, una escultura . Sin embargo no

<sup>17</sup>Director huésped Honorario Vitalicio de la Orquesta Sinfónica de Minería quien dirigió el concierto donde se estrenaría la obra del juego de dados: <https://mineria.org.mx/leon-spiere/>

<sup>18</sup>Entrevista con el Director León Spierer previa al concierto: <https://www.youtube.com/watch?v=569cWshoPgQ>

<sup>19</sup>Palabras del Director de Orquesta León Spierer, previas a la interpretación de los 3 valses generados durante el concierto, y quien dirigió el concierto donde se estrenaría la obra del juego de dados, así como la interpretación de los 3 valses generados durante el concierto: <https://www.youtube.com/watch?v=bKOFWYYvfRo>

deja de asombrar la velocidad con la que se están alcanzando resultados cada vez más difíciles de distinguir de algo real o creado por la mano humana.

## 10. Referencias de interés

Manuscritos originales del juego:

<https://musopen.org/es/music/2914-musikalisches-wurfelspiel-k-516f/>

Generador interactivo en línea:

<https://vician.net/mozart/>

La Matemática en la MUSICA de Emilio Luis-Puebla:

<https://revistas.pucp.edu.pe/index.php/promathematica/article/download/8188/8484/>

Cronología, descripción e imágenes originales:

<https://es.slideshare.net/blacasitos/juego-de-dados-de-mozart>

Análisis sobre el uso de técnicas aleatorias en la música del clasicismo, y su investigación técnica:

[http://ommalaga.com/Conservatorio/Textos/El\\_sigilo\\_aleatorio\\_en\\_Mozart.pdf](http://ommalaga.com/Conservatorio/Textos/El_sigilo_aleatorio_en_Mozart.pdf)

Catálogo Köchel:

[https://es.wikipedia.org/wiki/Catalogo\\_Kochel](https://es.wikipedia.org/wiki/Catalogo_Kochel)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Musikalisches\\_Wurfelspiel](https://en.wikipedia.org/wiki/Musikalisches_Wurfelspiel)

Descripciones libres del Juego donde usan material del folleto editado por el iimas y lo tratan desde diferentes perspectivas:

<https://sites.google.com/site/dopolesei/actividades-tic/4—composicion-con-dados-juego-de-mozart>

<https://docplayer.es/14534630-Mozart-y-las-matematicas.html>

Descripción general y breve historia de la relación de la música y las matemáticas

[https://geomatica.gnomio.com/pluginfile.php/103/mod\\_resource/content/1/MusicayMatematicas.pdf](https://geomatica.gnomio.com/pluginfile.php/103/mod_resource/content/1/MusicayMatematicas.pdf)

Mención del proyecto por el Maestro Miguel Ángel Granados Chapa en columna de opinión política «Plaza pública», bajo el título «Esta es

la UNAM»:

<https://www.elsiglodetorreon.com.mx/noticia/2003/esta-es-la-unam-plaza-publica.html>.

David Cope and Experiments in Musical Intelligence

<https://www.cambridge.org/core/journals/organised-sound/article/abs/david-cope-experiments-in-musical-intelligence-ar-editions-madison-wisconsin-usa-vol-12-1996/B8FAC9D1839ED9863B56556C0E22AB42>

Música y Matemáticas

<https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/MUSIC124/%CE%94%CE%B9%CE%B1%CE%BB%CE%AD%CE%BE%CE%B5%CE%B9%CF%82/da-silva-david-cope-and-emi.pdf>