

Dé usted una buena plática de matemáticas

Daniel Pellicer
Centro de Ciencias Matemáticas
UNAM - Morelia
pellicer@matmor.unam.mx

Resumen

Este texto busca brindar al lector un punto de partida para dar buenas pláticas acerca de temas matemáticos.

1. ¿Está dirigido a usted este texto?

Este texto fue escrito pensando en ayudar a todo aquel que quiere mejorar su manera de dar pláticas de matemáticas.

Le recomiendo no continuar leyendo si usted espera encontrar una receta fiel que garantice que su siguiente plática será un éxito total. En cambio, si usted está interesado en descubrir por usted mismo un camino que le permita mejorar sus exposiciones, el presente texto gustoso le ofrece un punto de partida. No espere encontrar una poción mágica que solucione de golpe todas las deficiencias de sus charlas; en vez de eso esmérese en mejorarlas poco a poco hasta alcanzar un estándar con el que se sienta satisfecho. Este texto por sí mismo no le hará dar mejores pláticas; su esfuerzo y dedicación en mejorar sí lo hará.

2. ¿Por qué va usted a dar una plática?

Hay muchas razones por las que damos pláticas de matemáticas, y el peso que le damos a estas razones varía de persona a persona. Le presento a continuación algunas de ellas.

Doy pláticas porque es un requisito. Con frecuencia el programa académico en el que estamos inscritos o nuestro contrato laboral requiere que impartamos una o más pláticas.

Doy pláticas porque quiero transmitir mis conocimientos. El gusto que tengo por el área de matemáticas que estudio me motiva a querer



compartir mis conocimientos con mis compañeros estudiantes y profesores.

Doy pláticas para causar una buena impresión. Quiero mostrarle a expertos de mi área y a compañeros estudiantes que sé mucho del tema que estudio o que mis resultados tienen buena calidad.

Doy pláticas porque me siento comprometido a hacerlo. Mi director de tesis (o alguna otra persona de renombre) me invitó a dar plática y no quiero rechazar su invitación.

Doy pláticas porque me gusta dar pláticas. Entre la atención que recibe el expositor, el estar frente a una audiencia y el platicar sobre mis temas favoritos de matemáticas, hay algo que me motiva a presentar ponencias.

Sin importar cuáles sean sus razones para dar pláticas, debe tomarlas en cuenta al planear sus presentaciones. En secciones subsecuentes se detallan ejemplos frecuentes de maneras de sabotear las razones propias para dar pláticas.

En este texto se da por hecho que los objetivos de su charla incluyen el lograr que los asistentes asimilen las ideas y resultados de los que va a hablar. Gran parte del contenido siguiente carece de sentido si esto no fuera relevante para usted cuando da pláticas.

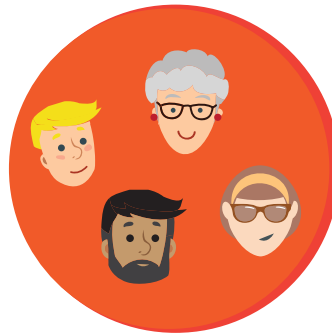
3. ¿Quién va a escuchar la plática que usted dará?

Imagínese usted dando una plática a niños de primaria, y compare esa experiencia con una exposición de su trabajo ante expertos en el área. Compare, por ejemplo, los temas de los que hablaría y el vocabulario que utilizaría ante tan distintas audiencias.

El ejercicio anterior le dejará claro que distintos foros requieren distintas pláticas, y por lo tanto, distintas preparaciones. Confío en que usted se rehúse terminantemente a dar una misma plática en una escuela primaria y en un congreso de investigación.

Veamos las diferencias relevantes entre las dos audiencias descritas anteriormente. En la primera los asistentes apenas tendrían noción de los conceptos matemáticos más básicos, mientras que la segunda podría contar con algunas de las personas con mayores conocimientos a nivel mundial en el tema a exponer. La primera no cuenta con conocimientos de áreas afines que permitan relacionar el tema a abordar, mientras que la segunda verá con agrado el uso de áreas afines de matemáticas u otras ciencias para complementar la presentación. Los individuos de la primera audiencia no tienen madurez suficiente para comprender la pertinencia de la investigación realizada o en curso, mientras que la totalidad de la segunda está directamente involucrada en el mundo académico.

Las dos audiencias recién consideradas son solo casos extremos de un abanico de posibles públicos ante los cuales se presentan pláticas de matemáticas semana a semana. ¡Pero no se requiere que sean tan radicalmente opuestas para que sea necesario preparar de manera distinta las pláticas a presentar! Tenga en consideración que



- la cantidad de conocimientos,
- la madurez,
- la rapidez para asimilar ideas nuevas y
- la comprensión de la pertinencia de la investigación

son muy distintos entre un alumno a la mitad de la licenciatura, un alumno a finales de la maestría y un investigador del área. Cada uno de ellos requiere una manera distinta de abordar el tema a exponer.

4. ¿Cuánto va a durar su plática?

En la mayoría de los casos, cuando se nos invita a dar una plática se nos indica de cuánto tiempo dispondremos para ello, o al menos un tiempo estimado.

Una plática de 50 minutos permite plantear el contexto histórico del problema y motivarlo adecuadamente. En este tipo de pláticas es posible enunciar dos o más resultados pertinentes al mismo conjunto de definiciones y resultados preliminares. Usualmente uno encuentra

este tipo de pláticas en seminarios, coloquios y conferencias plenarias de congresos.

En pláticas de 20 minutos no es posible abarcar muchos resultados. En ellas se debe priorizar cubrir todo lo necesario para que se comprenda el resultado principal a exponer, por lo que debe contener un número relativamente pequeño de definiciones y resultados preliminares. Los reportes de tesis en congresos y pláticas de sesiones especiales suelen ser de esta duración aproximadamente.

5. Nuestro ejemplo particular

Los análisis y sugerencias que expondremos en las siguientes secciones estarán acompañados de un ejemplo concreto. Crearemos un hipotético caso en que el célebre matemático Donald Coxeter (1907–2003) será el ponente que comparta los pormenores de sus pláticas y las preparaciones respectivas. Si a usted le interesa, podrá encontrar información de la vida de Coxeter en [11].

A continuación ofrecemos detalles de dos de las numerosas contribuciones de Coxeter a la teoría matemática.

En sus años de estudiantes de licenciatura, Coxeter y un amigo suyo de nombre John Flinders Petrie encontraron tres nuevos poliedros regulares. Petrie encontró los dos primeros; poco después Coxeter encontró el tercero y demostró que, tras agregar estos tres, la lista está completa.

Para que el párrafo anterior tenga sentido, considere usted la siguiente definición de ‘poliedro regular’:

Un *poliedro* es una colección de polígonos convexos (llamados *caras*) en el espacio euclidiano \mathbb{R}^3 que satisfacen que

- su conjunto de vértices es un subconjunto discreto de \mathbb{R}^3 ,
- sus conjuntos de vértices y aristas forman una gráfica conexa,
- cada una de sus aristas pertenece exactamente a dos caras.

Un poliedro es *regular* si todas las caras son polígonos regulares congruentes y para cualquier par de vértices u y v existe una simetría del poliedro que manda u en v .

En realidad, Coxeter y Petrie admitían polígonos regulares estrellados, como los que se pueden encontrar en los sólidos de Kepler [9], pero ello no tiene mayor relevancia en este texto.

Uno de los poliedros encontrado por Petrie tiene caras hexagonales y hay cuatro de ellas alrededor de cada vértice. Para que esto sea posible, es necesario que las caras alrededor de un vértice no asemejen un cono, sino más bien el punto silla de una superficie. Además, un poliedro regular con estas características no puede ser acotado, sino que debe extenderse arbitrariamente lejos de cualquiera de sus vértices.

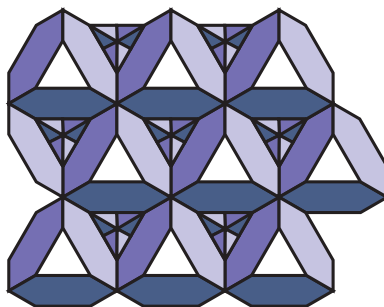


Figura 1. El poliedro regular encontrado por Coxeter

El otro poliedro de Petrie puede construirse del anterior por medio de dualidad. Para ello se debe tomar por vértices los centros de los hexágonos, dos de ellos serán adyacentes si los hexágonos comparten una arista, y las caras del dual corresponden a las aristas alrededor de los vértices del original. Así, este poliedro tiene caras cuadradas, con seis de ellas alrededor de cada vértice. Ambos poliedros tienen una infinidad de vértices, de aristas y de caras.

Tras escuchar de estos dos poliedros, Coxeter encontró uno más, cuyas caras son hexagonales y se juntan 6 de ellas alrededor de cada vértice (una proyección de una porción de este poliedro se puede ver en la figura 1). El conjunto de caras corresponde a todos los hexágonos (y ningún triángulo) de la teselación uniforme del espacio con tetraedros truncados y tetraedros etiquetada #6 en [7].

Los dos poliedros de Petrie y el de Coxeter son conocidos en la actualidad como los poliedros de Petrie-Coxeter. Ilustraciones y más información acerca de estos poliedros pueden encontrarse en [4].

Pasemos ahora a la segunda de las contribuciones de Coxeter que mencionaremos.

Durante sus estudios universitarios Coxeter investigó la naturaleza de los poliedros regulares convexos, así como de sus generalizaciones a dimensiones mayores, llamados *politopos regulares convexos*. La pasión de Coxeter por estos objetos se puede apreciar en el libro [5]. Los politopos regulares convexos comparten con las teselaciones por politopos regulares convexos de \mathbb{R}^n la propiedad de que sus grupos de simetrías son generados por reflexiones.

Los resultados encontrados por Coxeter le hicieron pensar en estudiar todos aquellos grupos discretos de isometrías de \mathbb{R}^n ($n \geq 2$) que son generados por reflexiones. Demostró en [3] que todos ellos tienen la siguiente presentación:

$$\langle \rho_0, \dots, \rho_{n-1} : (\rho_i \rho_j)^{p_{i,j}} = 1 \rangle,$$

para ciertos enteros $p_{i,j}$. En particular $p_{i,i} = 1$ y $p_{i,j} = p_{j,i}$. Grupos con esta presentación son conocidos hoy en día como *grupos de Coxeter*.

A simple vista no es evidente que todos los grupos generados por reflexiones (condición geométrica) tengan una presentación tan sencilla y compacta. Es un resultado hasta cierto punto sorprendente que para describir el grupo abstracto basta considerar tantos generadores como la dimensión del espacio y determinar tan solo sus órdenes y los órdenes de los productos de pares de ellos.

En un principio quienes escuchaban a Coxeter hablar de estas presentaciones eran de la opinión de que el resultado era elegante, pero difícilmente de gran relevancia para las matemáticas. El escenario cambió drásticamente cuando Coxeter asistió a un curso impartido por Hermann Weyl titulado ‘The Structure and Representation of Continuous Groups’. Aparentemente nada tienen que ver los grupos discretos en los que trabajó Coxeter y los grupos continuos abordados por Weyl. Sin embargo, tras varias discusiones académicas derivadas del curso, el mismo Weyl reconoció los enormes aportes de las ideas de Coxeter aplicadas a los grupos continuos al grado de solicitarle que escribiera las notas oficiales del curso, ¡incluyendo sus ideas y aportaciones!

Las notas del curso de grupos continuos dieron vuelta al mundo matemático debido al gran renombre de Weyl, dejando claro que el estudio de los grupos discretos generados por reflexiones era más profundo de lo que pareciera a primera vista. A la fecha las aplicaciones de las ideas de Coxeter han permeado en muchas áreas de las matemáticas y no resulta raro que en pláticas de distintas áreas como topología, combinatoria, geometría y álgebra se mencione a los grupos de Coxeter.

La relevancia al mundo matemático actual de las dos aportaciones de Coxeter mencionadas en esta sección es contrastante. El poliedro encontrado por Coxeter es conocido mayoritariamente por matemáticos interesados en estructuras simétricas en el espacio euclidiano, grupos discretos de simetrías, o simetrías de estructuras combinatorias, las cuales son áreas cercanas a los gustos matemáticos de Coxeter. Por otro lado, los grupos de Coxeter junto con las ideas detrás de ellos hoy son utilizados por una cantidad mucho mayor de matemáticos, sin importar la cercanía o lejanía de sus temas predilectos con los que fueron de interés para Coxeter.

6. ¿De qué tema debe hablar?

Iniciemos ahora el análisis de las decisiones que debe tomar un matemático para presentar una ponencia.

Cuando se nos invita a dar pláticas de matemáticas, es conveniente conocer el tipo de audiencia esperada y la duración de la plática antes de decidir el tema del que hablaremos. Decidir primero el tema para después ajustarlo al tiempo disponible y al público suele ocasionar que no se logren transmitir las ideas para las que la plática fue pensada.



Es natural tener la tentación de hablar acerca de nuestros logros más recientes, o de nuestros resultados más relevantes. Lo anterior no debe causar mayor dificultad en un evento dirigido a expertos en dichos temas. Sin embargo, las dificultades se presentan de manera natural si el evento es dirigido a estudiantes o la audiencia incluye investigadores de otras áreas de matemáticas.

Imagine primero que Andrew Wiles decidiera hablar de su demostración del último teorema de Fermat. Este tema pudiera ser viable ante cualquier audiencia, aunque la exposición debe variar significativamente de una audiencia a otra. Si se presenta frente a un grupo de investigadores familiarizados con curvas elípticas (o con algún otro elemento clave en su demostración), Andrew podrá mostrar detalles finos de la técnica que él utilizó. Por otro lado, esa misma plática no sería comprendida si es impartida como conferencia magistral de media hora ante estudiantes de licenciatura; ante esta última audiencia podría enfatizar la relevancia histórica del problema, plantearlo con toda precisión e ilustrar ideas utilizadas en la demostración, sin formalizarlas ni profundizar en ellas. En realidad, ante estudiantes de 2o año de licenciatura le tomaría mucho tiempo (tal vez el tiempo total destinado a la plática) definir curvas elípticas y crear intuición suficiente de modo que los resultados que mencione tengan sentido para los asistentes. Ante una audiencia aún menos experimentada que la conformada por estudiantes de licenciatura, el principal objetivo de su plática debería ser plantear el último teorema de Fermat de modo que todo el público entienda el enunciado, sin intentar esbozar una idea de demostración. Se puede tomar como objetivo dar a entender la importancia histórica y la dificultad inherente a un problema con planteamiento tan sencillo.

El último teorema de Fermat es un tema apto para audiencias variadas y distintas duraciones debido en parte a que es un tema famoso del que muchas personas, y en especial la gran mayoría de los matemáticos, han oído hablar con anterioridad. Sin embargo, la característica principal que le permite ser presentado ante audiencias con pocos conocimientos matemáticos es que su planteamiento requiere muy pocos requisitos. Para entender el enunciado es suficiente comprender conceptos que se adquieren en secundaria y preparatoria; aun frente a público que no los maneje bien, pueden ser explicados en poco tiempo de manera intuitiva utilizando ejemplos.

Si, por otro lado, usted demostrara la hipótesis de Riemann y quisiera hablar de tan destacado logro, se topará con el problema de que son pocas las audiencias preparadas para entender su enunciado. Estudiantes de primer año de licenciatura apenas asimilan el concepto de función de manera formal, y tienen dificultades si el dominio y contradominio no están dentro de los números reales. A muchos de ellos les toma muchos meses comprender bien los números complejos y manejar con soltura sus operaciones básicas. Sin duda la comprensión del significado de la función

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

con dominio en los números complejos será un reto de alto grado de dificultad para ellos; es probable que algunos pasen el tiempo restante de la charla tratando de entender qué sentido tiene una suma de una infinidad de números complejos, o el significado de elevar un entero a una potencia imaginaria. El conjunto de ceros de esa función (personaje central en la hipótesis de Riemann) se encuentra fuera de su alcance. A usted le tomaría mucho tiempo abordar convenientemente los ingredientes necesarios de modo que el enunciado sea comprendido. Probablemente la plática fuera más exitosa si usted destinara su totalidad a la historia de la hipótesis de Riemann y a su relevancia en las matemáticas del último siglo y medio, aun si su enunciado solo se esboza sin esperar que se comprenda a plenitud en qué consiste.

En vista de lo anterior, es previsible que ante una audiencia conformada de personas sin estudios universitarios en matemáticas se logre una mejor comunicación entre el expositor y quienes lo escuchan si se elige como tema los números complejos y no la hipótesis de Riemann en sí. Tome usted en cuenta que en una plática acerca de los números complejos es posible mencionar el contexto histórico y la relevancia de la hipótesis de Riemann sin tener que enunciarla.

Es momento de regresar nuestra atención a las razones por las que usted dará su siguiente plática. Si va a presentar una tesis ante un

jurado para obtener un grado, su objetivo principal deberá ser el convencer a sus sinodales de sus conocimientos y destreza en el tema. Su presentación deberá tratar exactamente del contenido de su tesis, aun si más de la mitad de los asistentes no tienen estudios universitarios en matemáticas.

Por otro lado, si su objetivo principal comprende que los asistentes sigan las ideas que expone, inevitablemente deberá tomar en cuenta el tiempo disponible y la audiencia esperada antes de definir el tema; de otro modo corre el riesgo de ser usted mismo el primero en poner obstáculos al cumplimiento del objetivo planteado por usted para su plática.

Ejemplo 6.1. *Supongamos que a Coxeter se le ofreció dar dos pláticas: una en el coloquio de una importante universidad, y otra a estudiantes de primer año de licenciatura en matemáticas. Para la primera plática dispondrá de una hora mientras que para la segunda de media hora. ¿Qué tema deberá decidir para cada plática?*

Por más emocionado que se encuentre Coxeter por las inesperadas conexiones entre los grupos discretos de reflexiones y los grupos continuos, deberá reconocer que la plática para licenciatura no deberá incluir este tema. Ante esa audiencia, media hora apenas alcanzarían para transmitir adecuadamente los conceptos de ‘grupo’ y de ‘discreto’, pues será necesario dedicar mucho tiempo a ejemplos que ilustren adecuadamente estos conceptos. Difícilmente logrará que los estudiantes comprendan la profundidad de sus resultados. En cambio, la audiencia disfrutaría más que Coxeter platicara de los poliedros de Petrie-Coxeter, incluyendo imágenes, o de ser posible modelos físicos. Ante esa audiencia puede mostrar que estos objetos satisfacen las definiciones de ‘poliedro’ y ‘regular’ mencionadas en la sección 5. Si el tiempo le es insuficiente, no es necesario que pruebe con todo detalle que la lista está completa; bastará con que los asistentes entiendan plenamente estos tres poliedros junto con algunas de sus propiedades más interesantes.

Un coloquio de una universidad es un buen foro para que Coxeter hable o bien de los poliedros de Petrie-Coxeter, o bien de los grupos de Coxeter, siempre y cuando los organizadores no le soliciten algún tema particular. Claro está que en caso de hablar de los poliedros de Petrie-Coxeter, se deberá esperar que incluya más material que el que incluiría en la plática ante estudiantes de licenciatura. Podría incluir con todo detalle la demostración de que la lista está completa, o incluir los análogos de estos poliedros en el espacio 4-dimensional.

7. ¿Cuáles preliminares deberá incluir en su plática?

Una vez establecido el tema de la plática debemos tener en mente el (los) resultado(s) o idea(s) a los que queremos llegar. El siguiente importante paso es decidir cómo vamos a llegar a ellos.

Si bien cuando escribimos un texto debemos buscar ser precisos y correctos, en un texto hablado no siempre es así. En un artículo de investigación los conceptos usados deben estar propiamente definidos, y debemos justificar nuestras afirmaciones con argumentos, demostraciones o referencias. En algunas pláticas se espera un carácter similar al de un artículo de investigación, mientras que en otras se entiende que el tiempo y el nivel de conocimientos de la audiencia hacen que la rigurosidad sea inadecuada.



Ejemplo 7.1. *Imagine usted que a Coxeter lo invitan a hablar acerca de los grupos discretos generados por reflexiones ante un grupo de expertos en grupos de isometrías euclidianas. En esa circunstancia es innecesario que defina algunos conceptos que se incluirían en artículos de investigación, dado que todos los asistentes a la plática los dominan. El contenido de dicha plática debe enfocarse en lo que es novedoso para esa audiencia, que puede incluir definiciones recientes, los resultados de su investigación, y detalles de las pruebas de dichos resultados.*

Por otro lado, si Coxeter va a hablar acerca de esos mismos grupos en un coloquio dirigido a estudiantes trabajando en áreas diversas, deberá incluir en la plática definiciones y/o motivación para los conceptos que no se estudian en el tronco común de las licenciaturas y maestrías en matemáticas. Mencionar ‘sistema de raíces’ sin definición y motivación puede ocasionar que los asistentes no puedan seguir la plática a partir de que este concepto se convierte en parte importante de esta; y dado que los sistemas de raíces son de gran ayuda para la manipulación geométrica y algebraica de los grupos de reflexiones, desde etapas tempranas de la plática jugarían un papel estelar. ¡Pense usted si le ha ocurrido que expositores mencionan términos como ‘homología’, ‘forcing’, ‘matroide’ o ‘superficie de Riemann’ sin preámbulos, y a partir de ahí, por más que lo intenta, no puede seguir el flujo de la plática!

Dado que la plática en el seminario de estudiantes comenzaría en un nivel más bajo que la plática que se impartiría ante expertos, no es de esperarse que a Coxeter le alcanzaría el mismo tiempo para cubrir el mismo material. Una alternativa es que priorice la comprensión de los enunciados de sus resultados, dejando de lado las demostraciones de los mismos. Al hacerlo sacrificará el intento de convencer a los asistentes de que su resultado es cierto, en favor de que asimilen lo que plantea su resultado, junto con la relevancia de este.

Una vez que usted ha decidido qué definiciones incluirá en la plática, es importante distinguir entre aquellas que basta con enunciar y aquellas en las que debe abundar. Por ejemplo, si la audiencia consiste de estudiantes de segundo semestre de licenciatura, es posible definir de manera clara el complemento ortogonal de un subespacio vectorial de \mathbb{R}^3 usando para ello unos cuantos segundos. Por otro lado, si se va a hablar de la forma canónica de Jordan de una matriz cuadrada, ello requerirá, además de una definición, suficiente motivación y ejemplos de modo que los resultados que mencionan dicho concepto tengan sentido para los asistentes.

En ocasiones un resultado que queremos presentar requiere de muchas definiciones y resultados previos, pero se simplifica considerablemente si lo explicamos con un caso particular en el que nuestro resultado no se trivialice. Dedicando la plática al caso particular damos más oportunidad a quienes nos escuchan de que sigan las ideas claramente, y no excluimos la posibilidad de que al final se mencione el resultado general y se expliquen las diferencias. En cambio, intentar el caso general desde un principio puede ser demasiado para una audiencia poco conocedora del tema, y puede propiciar que se deje de seguir la plática antes de que se esté cerca de mencionar el resultado principal. Siempre contemple lo anterior en caso en que se le solicite hablar acerca de un tema específico ante una audiencia poco preparada para entenderlo.

Las cosas que son importantes o interesantes para usted no necesariamente lo son para la audiencia. Dar un amplio rodeo incluyendo temas no relacionados con la charla para justificar que cierto resultado es muy importante o muy interesante puede tener como consecuencia que los asistentes pierdan interés. En particular, si da usted una plática de cierta área ante una audiencia con formación predominante en un área distinta, ponga entusiasmo en abundar en los temas de interés común (sin omitir las definiciones y motivaciones necesarias). Suele dar peores resultados pensar en ‘educar’ a esa audiencia para que vean la belleza de lo que es atractivo para usted, si para ello debe tomar mucho tiempo, incluir muchas definiciones o hablar de varios detalles técnicos, distrayendo a la audiencia del objetivo real de la charla.

Tome por ejemplo un matemático que recientemente obtuvo resultados en ecuaciones diferenciales con muchas aplicaciones en física de fluidos, y que gracias a ello es invitado a hablar en un congreso de dicha área de la física. Naturalmente en esas circunstancias se espera que la plática gire alrededor de la relevancia de los resultados, su contexto histórico y sus potenciales aplicaciones, y a ello deberá dedicársele el cuerpo de la exposición. Es de esperar que la audiencia no vea bien si usted dedica la mayor parte de la plática a la demostración de los resultados, o en fundamentos de las ecuaciones diferenciales que no sean indispensables para la comprensión de los enunciados demostrados. El mismo fenómeno, si bien en menor grado, ocurre cuando a un matemático especializado en cierta área se le invita a dar una plática en un evento especializado en otra área.

Por último, tome usted en cuenta que las personas a quienes les habla quieren escuchar acerca de las matemáticas que usted desarrolla, y no de las cuentas que fueron necesarias para llegar a sus resultados. Mostrar largas listas de igualdades que se sigan una de la otra suele provocar desinterés en entenderles a fondo, y en el contexto de una plática con frecuencia se pueden sustituir por explicaciones intuitivas de aquellas razones que están detrás de la veracidad del resultado.

8. Acerca de la cantidad de material en su plática

Imagínese usted que lee una novela de 100 páginas en la que aparecen 200 personajes con nombre y apellido. Cada uno de estos personajes se presenta con pocas situaciones a su alrededor, pues después de todo la novela tiene solo 100 páginas. Sin duda usted tendrá problemas en memorizar quién es quién. Usted podrá leer la novela de corrido esperando poder detectar del contexto a qué persona corresponde cada nombre, en ocasiones teniendo que superar la confusión originada por rebautizar a algún personaje erróneamente. Otros dos resultados probables en esta situación son: que usted pierda interés en la novela y deje de leerla, o bien que con frecuencia regrese a páginas anteriores para recordar quién era la persona a quien pertenecía tal nombre, y en qué contexto aparecía. Aun en este último caso, es muy probable que usted se quede con la impresión de que la trama del libro pudo haberse expuesto con menos nombres de personajes (tal vez incluso con menos personajes).

El mismo fenómeno ocurre en pláticas, sin importar si son de 20, 30 o 50 minutos. En ellas los conceptos (actores de la trama) en ocasiones son introducidos por definiciones formales, en ocasiones por definiciones intuitivas, y en ocasiones el expositor espera que el público los conozca de pláticas o cursos anteriores. Piense que quiere evitar la analogía con

la novela, y por ello deberá buscar que o bien en su plática haya pocas definiciones, o bien que cada definición esté debidamente ejemplificada y motivada para causar la menor confusión posible en quienes escuchan.

No hay receta universal para solucionar este problema cuando se presenta. Ejemplificar y motivar definiciones toma tiempo, y no debe exagerarse en ello si se quiere dar el debido tiempo al contenido principal de la plática. Por otro lado, decidirse por incluir pocas definiciones puede ocasionar que no se entienda cuando menciona conceptos que no definió. Por supuesto tampoco debe suponer que los asistentes estén familiarizados con conceptos de los que hasta ese momento poco o nada hayan escuchado. Usted puede considerar las siguientes alternativas.

Suponga que algunas hipótesis de algún teorema, si bien necesarias, no entran dentro del marco general del tema que se está exponiendo, y son originadas por cálculos o por resultados previos de sabor distinto al de la plática. El expositor debe procurar invertir una porción lo más pequeña posible del tiempo disponible para hacer mención de dichas hipótesis. Una manera de hacerlo es, ¡no enunciarlas! y sustituirlas por frases como ‘Se sigue de algunas propiedades técnicas que ...’. Si alguno de los asistentes está particularmente interesado en ellas podrá preguntar al respecto al final de la charla, momento en el cual es posible extenderse en estas hipótesis sin interrumpir el flujo natural de las ideas planeadas.

Otra manera común de evitar dar exceso de definiciones a memorizar a quien le escucha consiste en evitar algunos nombres que de inicio no dan información a quien no los conoce (piense en la primera vez que escuchó ‘isomorfo’, ‘inyectivo’, ‘ortogonal’). En vez de ellos se puede usar calificativos informales que permitan al lector entender la idea que se quiere expresar. Por ejemplo, suponga que quiere dar una plática para estudiantes de nuevo ingreso a la licenciatura, y una de las hipótesis que requiere para su resultado principal es que cierto par de vectores sean linealmente independientes, pues de lo contrario aparecerá una división entre cero. Puede ejemplificar lo que ocurriría si los vectores fueran linealmente dependientes (sin usar esos términos) y concluir que al conjunto de vectores deseados se les llamará ‘buenos’, o alternativamente se dirá que son ‘malos’ los linealmente dependientes. Busque dejar claro que tales términos se utilizarán únicamente durante la charla, y quienes quieran profundizar en el tema deberán adoptar los términos convencionales.

En textos escritos es común agrupar las definiciones al inicio y después usar los conceptos según se van necesitando. En un texto hablado no hay oportunidad de ‘regresar unas páginas’ para leer la definición de la que se nos está hablando y que ya hemos olvidado; es más conveniente dar y motivar cada definición cuando se le va a usar.

De igual manera que se le invitó a reducir el número de definiciones a un nivel que el público pueda asimilar fácilmente, se hace una invitación análoga para el número de resultados. Algunos resultados preliminares no aportan ideas relacionadas al tema de la plática, y por lo mismo podrían ser omitidos, en todo caso haciendo mención de que su existencia permite enunciar los resultados centrales. Frases como ‘resultados técnicos permiten concluir que...’ son aceptables en una plática, y pueden ser aclarados posteriormente ante aquellos que muestren interés en ello.

Ejemplo 8.1. *Imagine que a Coxeter le fue solicitado impartir una plática de una hora ante estudiantes de la segunda mitad de la licenciatura en matemáticas, y después de meditarlo un poco está decidido a hablar de los grupos discretos de reflexiones. Su intención es mostrar ideas de cómo llegar a la clasificación de estos grupos, así como la relación cercana que guardan con los politopos regulares convexos. Elabora mentalmente la secuencia de ideas que quiere incluir, que incluye:*

- *breve introducción a grupos discretos de isometrías,*
- *breve repaso de reflexiones en hiperplanos de \mathbb{R}^n y sus composiciones,*
- *algunos resultados básicos de grupos finitos de isometrías,*
- *clasificación de los politopos regulares convexos en todas las dimensiones,*
- *resultados que vinculan los politopos regulares convexos con los elementos del grupo que fijan un punto,*
- *resultados que muestran el paso recursivo para lograr la clasificación completa de los grupos finitos generados por reflexiones,*
- *generalización de las ideas anteriores para incluir los grupos discretos infinitos generados por reflexiones,*

y se da cuenta de que el tiempo disponible no es suficiente para abarcar todo esto en la medida que quisiera.

Es posible que el primer candidato a solución para este problema que cruce la mente de Coxeter sea el reducir los resultados preliminares, pero decide desechar esta posibilidad debido a que la audiencia consistirá de estudiantes de licenciatura y quiere esforzarse para que sigan la plática hasta el final. Puede ser que después considere que las ideas que quiere transmitir se pueden explicar bien en \mathbb{R}^3 , y que en ese caso puede describir todos los grupos de reflexiones a detalle. En ese caso mencionaría en los últimos 5 ó 10 minutos de la charla cómo extender estas ideas a más dimensiones, sin dar detalles. Esto liberaría la secuencia de ideas de temas como reflexiones en hiperplanos en \mathbb{R}^n y la clasificación de los politopos regulares convexos en todas las dimensiones (solo mencionaría a los sólidos platónicos). Si Coxeter se decidiera por esta

última opción, una ventaja adicional será que no demande de los estudiantes que puedan razonar acerca de objetos geométricos en más de 3 dimensiones sin sacrificar la esencia de las ideas que quería transmitir.

Por último, se invita a usted a no caer en la tentación de hablar más rápido buscando de esa manera cubrir más material. Aumentar la velocidad del discurso tiende a generar consecuencias negativas ocasionadas por otorgar un menor tiempo a los asistentes para comprender las ideas que se les exponen. Piense que al incluir mayor material del debido corre el riesgo de que se comprendan menos ideas que si se hubiera expuesto una menor cantidad de material. Si es así, ¿tiene caso incluir ese material adicional?

9. Acerca del título y resumen de su plática

La elección del título de nuestra ponencia no es un detalle menor, dado que puede influir en el mucho o poco interés que la gente tenga en asistir.

Idealmente el título de nuestra charla debería cumplir simultáneamente las siguientes características.

- Ser breve.
- Dar una primera idea de lo que se debe esperar de la plática (por ejemplo, especificando el tema de la plática o sugiriendo el tono que va a tener).
- Invitar a todo aquel que pudiera interesarle la plática.

No siempre es sencillo cubrir todos estos aspectos, y debe usted tener en cuenta cuáles priorizar.

Hay varias razones por las cuales gente que usted quiere que asista a su plática puede decidir no ir. En congresos grandes en los que hay sesiones simultáneas los asistentes deben decidir a lo más una de las varias pláticas que se ofrecen en un mismo momento. En eventos más pequeños puede ser que algunos asistentes acuerden darse tiempo para trabajar en proyectos pendientes, y para ello decidan ausentarse de unas pocas pláticas. A aquellas personas que tengan razones para ausentarse de algunas pláticas y quisieran decidir con precaución a cuáles asistir, usted les hace sencillo el trabajo si en su título no pueden ver de qué trata su plática. Esto puede deberse a que en el título incluya muchos términos técnicos, o porque suponga de los asistentes conocimientos previos de muchos conceptos. Si no le es posible expresar todo lo que quería en pocas palabras, ¡deje esa parte para el resumen!

Ejemplo 9.1. *Imagine usted que Coxeter dará una plática introductoria de poliedros regulares incluyendo los poliedros de Petrie-Coxeter,*

donde su principal objetivo es que otras personas, en particular estudiantes jóvenes de licenciatura, conozcan su área de estudio. Para ello piensa dedicar al menos la mitad de la plática a los sólidos platónicos y a sus propiedades de modo que pueda motivar razones por qué llamar ‘poliedro regular’ a algo que no sea convexo.

Un título como ‘Poliedros cuyas figuras de vértice son productos’ envía como mensaje que la plática no será apta para quienes no conozcan ya esos conceptos (al menos algunos de ellos), aun si las definiciones y motivaciones de ‘figura de vértice’ y de ‘producto’ (en el contexto correspondiente) son centrales en la plática y Coxeter planea dedicar mucho tiempo a ellos. En lugar de eso puede titular la plática ‘Introducción a los poliedros regulares’, ‘La diversidad de los poliedros muy simétricos’, o de alguna otra manera (tan formal o informal como desee) que sugiera que todo estudiante de licenciatura es bienvenido. Suponga por otro lado que la charla de Coxeter será impartido en un seminario especializado y quiere mostrar sus resultados. Si debido al tiempo disponible y a la audiencia esperada debe suponer que la gente está familiarizada con grupos de isometrías, debe adoptar un título como el primero, y no como los segundos.

Es deseable que el resumen cumpla las siguientes características:

- Describir el contenido de la plática. Si en el momento en que debe enviar el resumen aun no conoce con precisión el contenido de su plática, puede enviar un resumen vago que incluya frases como ‘... se mencionarán resultados acerca de...’ sin especificar de qué resultados se trata.
- No incluir cosas que no se van a abordar.
- Seguir un estilo similar al de la plática. Si en la plática va a avanzar poco a poco en los conceptos, en el resumen se deben incluir frases como ‘se abordarán las definiciones y propiedades básicas de...’, y se pueden incluir algunas pocas nociones que ayuden a entender el tipo de matemáticas que se desarrollarán. Por otro lado si se suponen prerrequisitos, estos se deben sugerir en el resumen, al utilizar dichos términos sin definición previa.
- Buena ortografía y redacción. Resúmenes que no cumplen con este requisito suelen causar una mala imagen del autor. Esto puede predisponer a potenciales asistentes para decidir no acudir a la charla, o no darle la seriedad debida.

Un resumen no es sustituto de tiempo que se pueda ahorrar en la plática. No debe suponer que a la hora de su charla los asistentes recuerden lo que dice su resumen. Si las definiciones precisas ocupan mucho espacio e insiste en incluirlas en el resumen, busque descripciones

intuitivas o vagas que den suficiente idea, y reserve la definición formal para su charla.

No hay formatos estándares de resumen que sirvan para todas las charlas. Cada expositor debe elaborar el suyo propio antes de su plática. Puede guiarse en resúmenes de eventos anteriores de carácter similar para ver una muestra de estilos y longitudes.

10. Preparación de su plática:

Cuando usted ya ha decidido el tema de la plática y el carácter que se le va a dar, así como las definiciones y resultados que quiere abordar, puede proceder a elaborar la secuencia de ideas a expresar en la plática. Durante este proceso debe cuidar que toda mención de un objeto matemático hecha antes de que dicho objeto sea definido propiamente, debe tener un carácter informativo de hacia dónde se dirige la charla y abordar el objeto únicamente de manera intuitiva. De igual manera, si piensa enunciar cierto resultado antes de haber descrito adecuadamente las componentes del resultado, hágale saber a quienes lo escuchan que esas componentes serán explicadas más adelante. Cuide de no dar el mensaje de que no pusieron atención en definiciones cuando (hipotéticamente) las mencionó.

Le sugiero hacer el ejercicio de ponerse en el papel del público. Revise el orden de las ideas que piensa expresar, intentando prever el grado en el que los asistentes pueden comprender cada idea dados sus conocimientos y lo que usted habrá dicho con anterioridad en la plática. Es común darse cuenta de que sería bueno cambiar el orden de las definiciones, o incluir motivaciones.

A veces nos sentimos tentados a incluir en la plática adelantos de cómo va a ser usado lo que acabamos de explicar. En ocasiones eso justifica adecuadamente una definición rebuscada o un resultado técnico. Sin embargo, un adelanto así no contribuye a la plática si parte de lo dicho no es comprendido por su audiencia, ya sea porque va a ser definido más adelante o porque no se ha introducido el tema debidamente. En esos casos es mejor omitir el adelanto.

Parte importante de la preparación de una plática es hacer un ensayo general, midiendo el tiempo que tarda en concluir su exposición. Esto puede ser ante su tutor, en un seminario, o presentándose la charla a usted mismo. Es importante que usted le de importancia al tiempo que le fue asignado, y esté preparado a terminar sin hablar de todo lo que tenía pensado porque se agotó el tiempo, o a agregar detalles o ejemplos si el tiempo lo permite. No olvide usted tomar en cuenta tiempo para

preguntas, ya sea que se formulen en el transcurso de la plática, o al final de ella.

Es de mal gusto terminar una plática con demasiada anticipación, pues deja la impresión de que el tiempo disponible fue mal empleado.

Terminar una plática después del tiempo previsto es causa de problemas más concretos. En ocasiones algunos asistentes tienen compromisos inmediatamente después de la hora dedicada a un seminario; extenderse en este tipo de pláticas inevitablemente provocará que dichas personas tengan que abandonar el salón, causando distracción en la audiencia y el expositor. Es importante respetar el tiempo de los asistentes también en eventos que tienen sesiones simultáneas; si alguien planeó escuchar una plática posterior a la de usted que se desarrollará en otra sesión, a esta persona no le será posible asistir a ambas pláticas en caso de que usted tarde en terminar su charla. Finalmente, es aconsejable no crear dificultades a los organizadores, por ejemplo en caso de que el recinto en el que se lleva a cabo el evento académico deba ser abandonado puntualmente a la hora programada de término de la última plática (sea la de usted, o la de alguien que hablará después de usted).

En caso de que termine el ensayo de su plática varios minutos antes de cumplirse el tiempo disponible, le sugiero elaborar una lista de ejemplos, resultados o precisiones que sean candidatos a ser agregados; estos deberán ser priorizados de acuerdo tanto a la relevancia con el tema general de la charla, como a lo útil que será para facilitar la comprensión del material, e incluir únicamente aquellos que estén más altos en la lista de prioridades, de modo que no se exceda el tiempo de la plática. Evite la tentación de incluir una idea que aleje a quienes le escuchan del tema alrededor del que va a hablar, sobre todo si esa idea requiere agregar definiciones y resultados preliminares innecesarios.

El caso contrario es más frecuente. Ocurre seguido que al practicar nuestra plática nos encontramos con que rebasamos el tiempo ofrecido. En esas ocasiones es necesario eliminar partes de la plática, y este proceso requiere cierto cuidado. Es conveniente identificar primero si hemos incluido definiciones o resultados superfluos que distraigan la atención hacia temas distintos al tema principal a tratar; estos deberán ser los primeros candidatos a ser eliminados del contenido. Posteriormente se pueden buscar dentro del contenido de la plática definiciones y resultados que sean demasiado técnicos para que la explicación que hacemos de ellos aporte sustantivamente a la presentación; dicha explicación puede ser sustituida por una breve mención, aclarando que se omiten los detalles debido a su carácter técnico. Si lo anterior aún no es suficiente y la plática todavía resulta demasiado larga, se puede reducir el número de definiciones formales, intercambiando algunas de ellas por ideas intuitivas; hay que elegir particularmente aquellos conceptos cuya

definición formal requiera mucha explicación que no está directamente ligada a la idea general a tratar, y su esencia pueda ser transmitida por una idea intuitiva que requiere poco tiempo para describirla. En caso de que después de seguir las sugerencias anteriores la exposición aún tome demasiado tiempo deberá usted considerar seriamente en reducir el contenido de la plática, eliminando los resultados o ideas que aporten menos al tema a tratar. Alternativamente, en ocasiones se puede exponer el mismo contenido, pero sin la generalidad planeada originalmente; se pueden seguir las definiciones y resultados para un caso particular, y solo al final de la plática mencionar direcciones en que se generaliza. Esto resulta útil cuando las definiciones son complicadas y requieren muchos ejemplos y motivaciones, pero existen casos particulares sencillos o bien conocidos en los que se pueden ilustrar los resultados que se quieren comunicar.

Aun cuando usted haya medido su plática y la duración sea óptima deberá tener en cuenta que algunos imprevistos pueden forzarle a terminar su plática antes de cubrir todo lo planeado (muchas preguntas durante la exposición, retraso al iniciar, etc). Busque que, de encontrarse en la situación de que le quedan 5 minutos y todavía falta mucho por exponer, sea sencillo decidir qué partes omitir de modo que no deje fuera las ideas más importantes.

Ejemplo 10.1. *Imagine usted que a Coxeter le fue ofrecido hablar en una sesión de geometría de un congreso y dispone de 20 minutos. Decidió hablar de los poliedros de Petrie-Coxeter con la intención de tratar a fondo sus propiedades y generalizaciones. Tras decidir el material a ser incluido en la plática y hacer un primer ensayo de ella cae en cuenta que va a rebasar el tiempo asignado. Para librar ese problema se le ocurre hablar únicamente de uno de los tres poliedros de Petrie-Coxeter e ilustrar sus propiedades y generalizaciones, pues para eso el tiempo resulta suficiente. Además hace una nota mental, sugiriéndose que si le sobra tiempo puede describir brevemente los otros dos poliedros. En su nota incluye que si al hacer su exposición está tardando más de lo planeado, deberá abundar en las propiedades y solo mencionar las generalizaciones pues piensa que las propiedades ilustran mejor los conceptos y técnicas que quiere compartir. De este modo transmitirá a la audiencia el mensaje deseado, al menos de forma parcial, y ella quedará con la impresión de haber escuchado una plática completa, sin notar si agregó o eliminó partes que originalmente estaban planeadas.*

No siempre es posible dar gusto a todos los que escuchan nuestras pláticas, en especial cuando sus niveles de conocimiento son muy variados. Es posible que o bien aquellos con más conocimientos se aburran, o bien aquellos con menos conocimientos se pierdan. En ocasiones se

puede librar esta dificultad haciendo una síntesis de los conocimientos necesarios que cumpla las siguientes características:

- Debe ser suficientemente accesible para que quien no domina esos temas pueda desarrollar una intuición de ellos. Ello requiere cierto ingenio. ¡Recitar definiciones formales largas generalmente tiene el efecto de confundir en vez de crear intuición!
- Debe incluir motivación y ejemplos interesantes, buscando que los expertos también puedan tener interés en seguir esta parte de la charla.
- Las ideas deben seguir el flujo natural que requiere quien las escucha por primera vez.
- No debe suponer que nuestra audiencia comprenderá en un minuto algo que a nosotros nos tomó cinco minutos o más en comprenderlo.

Indudablemente hacer lo anterior resta tiempo al tema del que en realidad queremos hablar. Hacerlo tampoco garantiza que quien no conoce los conceptos vaya a desarrollar suficiente intuición para comprender lo que el expositor desea expresar en la plática, ni que quien ya conoce los conceptos no pierda interés; sin embargo mejora la probabilidad de que más asistentes comprendan y disfruten la plática.

En caso de que usted decida no esforzarse de más para dejar contentos a todos los asistentes a su charla, y en vez de eso enfocarse solo a aquellos de un nivel académico determinado homogéneo, dicho nivel debe establecerlo de acuerdo al tipo de charla que le ha sido ofrecida. Es decir, si un experto en el área entra a una plática dirigida a estudiantes de licenciatura, usted debe suponer que el experto será paciente para permitir que los demás asistentes conozcan los temas preliminares antes de llegar a la parte de interés para el experto, aun si esto implica que solo los últimos 5 minutos serán relevantes para el experto. Por otro lado, en una plática de un seminario de investigación es de esperarse que usted pueda hablar de sus resultados más avanzados. Un estudiante de licenciatura sin la preparación suficiente para seguir la plática deberá comprender que entró al evento académico equivocado, o antes de estar debidamente preparado para ello. Usted no debe sentirse mal de que su plática no haya cumplido las expectativas de una minoría de la audiencia, sobre todo cuando el evento académico no estaba particularmente orientado para esa minoría.

Como verá el lector, preparar una plática de matemáticas para una audiencia homogénea requiere entender las características específicas del sector académico al que ellos pertenecen. Por otro lado, una plática para una audiencia heterogénea requiere más cuidado.

11. Elección de palabras que usará en su plática

$$x^n + y^n = z^n \quad \text{vs} \quad \mathbf{X}^n + \mathbf{y}^n = \mathbf{Z}^n$$



Cada uno de nosotros tiene su propio carácter y sus propios gustos. Estos son un factor determinante en el estilo que elegimos para presentar nuestros resultados, siempre que dicha elección no esté supeditada a requerimientos del foro en el que hablaremos.

Si usted tiene facilidad para bromear entre sus conocidos, puede intentar incluir chistes y comentarios graciosos en sus pláticas; esto puede tener como consecuencia que tanto usted como su audiencia se relajen del rigor del tema expuesto y la presentación resulte más placentera.

En cambio, si bromear no es lo suyo no tiene por qué forzar chistes en sus presentaciones, y en cambio puede dar una presentación tan sobria y formal como lo desee. Hacer algo a lo que no está habituado y que no le entusiasma particularmente puede cargarle con una preocupación más, y ella puede incitar que usted muestre inseguridad.

La elección entre un lenguaje riguroso y uno coloquial debe tomar en cuenta la comprensión que desee en la audiencia. Ante un público altamente calificado usted puede ahorrarse tiempo al utilizar el lenguaje riguroso, dado que se espera que todos quienes lo escuchan lo dominan. Un lenguaje coloquial suele ser útil cuando ciertos conceptos y resultados no son conocidos por el público; en esos casos puede ser mejor dar breves ideas intuitivas incluyendo nombres fáciles de recordar de conceptos y resultados, evitando la rigurosidad que podría requerir una mayor cantidad de tiempo para su cabal comprensión.

Es difícil encontrar un lenguaje apropiado para hablar frente a público con bajos conocimientos en el tema que se expone. Imagínese a usted mismo hablando de álgebra lineal ante personas que no tienen formación universitaria en temas matemáticos. Es probable que el tema del que usted esté hablando sea muy adecuado para su audiencia, después de todo el álgebra lineal tiene muchas aplicaciones en la vida real. Sin

embargo, la audiencia no está calificada para entender términos como ‘linealmente independientes’ o ‘que generan un subespacio de dimensión 3’, ¡y nosotros no estamos acostumbrados a hablar de estos conceptos con otras palabras! En estas circunstancias debe usted resistirse a su instinto de definir formalmente independencia lineal (piense lo extraño que la definición le parecerá a quienes le escuchan), y buscar salidas alternativas. En charlas de este estilo se justifica plenamente usar palabras coloquiales para referirse a estos conceptos, y describirlos de manera intuitiva. Por ejemplo, puede aclarar que llamará *aplanada* a una terna de vectores cuando se queden en un mismo plano, y sustituir el uso de ‘linealmente independientes’ por ‘no aplanados’. Note que el término ‘terna aplanada’ es preferible sobre ‘terna buena’ dado que el primero describe el concepto hasta cierto grado, mientras que el segundo solo hace referencia a una opinión subjetiva.

Por otro lado, suponga que entre los asistentes hay alguno que no asocie fácilmente los términos ‘independencia’ o ‘lineal’ con el concepto de ‘independencia lineal’, y ese concepto es definido sin suficiente motivación ni suficientes ejemplos (es decir, sin dedicarle suficiente tiempo). Una consecuencia frecuente es que esa persona deje de comprender los enunciados en que se menciona independencia lineal, y en esos tramos de la plática se dedique a verificar las cuentas realizadas, sin entender las ideas detrás de ellas. En otras ocasiones quien escucha la plática da por perdida la esperanza de seguir al expositor hasta el final de la charla, y cambia su atención hacia sus asuntos personales. Le invito a que compare estos resultados con el objetivo que se planteó para su plática.

Cada área de matemáticas tiene un lenguaje especializado, que se ha moldeado a lo largo de los años. Gente que no se dedica a nuestra área no necesariamente usa el mismo lenguaje, aun cuando use los mismos conceptos. Hay diferencias sutiles en los significados de algunos términos como ‘variedad’ y ‘representación’, dependiendo del área en el que son trabajados.

Un ejemplo común de lo anterior se da en algunas pláticas de topología, en las que se usa la palabra ‘función’ para referirse exclusivamente a ‘funciones continuas’, pues son las únicas relevantes para los resultados de la plática. Hacer esto frente a personas que trabajan en otras áreas de matemáticas puede originar confusión. Usted evitará este tipo de confusiones si, o bien elude los términos que no son estándares en su audiencia, o bien anuncia desde el principio de su charla el significado que dará de esos términos.

Ejemplo 11.1. *Coxeter sin duda se encontraría con dificultades si utiliza a la ligera los términos ‘poliedro’ y ‘regular’. Dependiendo del área*

de matemáticas que uno estudia, estas definiciones pueden variar significativamente. Por ejemplo, en convexidad un poliedro se define como el casco convexo de un conjunto finito de puntos no coplanares en \mathbb{R}^3 , mientras que en topología es una unión arbitraria de simplejos. Ninguna de estas definiciones se ajusta del todo con los objetos de los que Coxeter acostumbra hablar. Con definiciones tan diferentes de poliedro es de esperarse que ‘poliedro regular’ también tenga definiciones muy dispares, no siempre equivalentes.

Si Coxeter decidiera hablar de los poliedros de Petrie-Coxeter ante audiencias que no consistan exclusivamente en sus colegas de área, es conveniente que incluya al principio de su charla una definición del concepto que está usando de ‘poliedro’, y una de ‘regular’. Dependiendo del tiempo disponible y de los temas específicos que quiere abordar, puede abundar en por qué las definiciones elegidas son adecuadas y las diferencias si el estudio se realiza con otras de las definiciones utilizadas hoy en día. Si Coxeter optara por no incluir las definiciones de ‘poliedro’ y de ‘regular’, se arriesgaría a que quienes le escuchan entiendan algo distinto a lo que Coxeter quería transmitir, incluyendo la posibilidad de que queden convencidos de que Coxeter afirmó algo falso, como que hay más de 5 sólidos platónicos.

Es deseable motivar los temas de los que hablamos resaltando su relevancia histórica o reciente. Sin embargo esto puede requerir cierto tacto. Se debe tener cuidado con los superlativos como ‘el mayor matemático de la historia’ o ‘el área más bonita de matemáticas’, sobre todo cuando en la audiencia hay personas de áreas distintas a la nuestra. Estas opiniones son subjetivas y pueden causar suspicacias acerca de qué tan informado esté el expositor, o confrontación de ideas innecesaria para la plática. Por otro lado, datos bien documentados u opiniones justificadas con citas verificables deben ser siempre bien recibidos.

12. Consideraciones generales

Cuando pedimos sugerencias a distintas personas para la preparación de nuestra siguiente plática escuchamos respuestas de muchos tipos. Algunas de ellas dan algún consejo práctico, aunque no siempre apropiado para todas las pláticas, en particular para la próxima. A continuación enlisto algunos ejemplos.

- (a) *Toda plática debe tener una demostración.*
- (b) *Inicie la plática con un chiste.*
- (c) *Divida la plática en tres partes; la primera debe ser comprensible para toda su audiencia, la segunda para las personas de su área, y la tercera solo para sus colegas más cercanos.*

En algunas ocasiones este tipo de sugerencias serán apropiadas, pero definitivamente no son universales y deberá seguirlas únicamente cuando crea que convienen a su plática. Piense que una de las pláticas más famosas y exitosas en la historia de las matemáticas (si no es que la más famosa y exitosa) es la plática de D. Hilbert en la que presentó los 23 problemas a atacarse durante el siglo XX. La exposición de Hilbert no hubiera sido mejor si hubiera incluido demostraciones, y para él era deseable que la plática en su totalidad fuera accesible para los matemáticos presentes. Compare esa plática con las sugerencias enlistadas anteriormente.

No siempre contamos con las mismas herramientas para impartir una plática. En ocasiones se nos solicita que sea en pizarrón, mientras que en otras es necesario preparar una presentación para ser proyectada. Cuando usted tenga la libertad de elegir, busque la opción que considere más adecuada para los objetivos que se ha planteado para su plática; cada una tiene sus ventajas y desventajas.

Las presentaciones proyectadas aportan información sin requerir de tiempo para escribirlas en un pizarrón, lo que contribuye a que el contenido pueda presentarse en menor tiempo. Esto hace que las presentaciones con computadora sean idóneas para pláticas cortas. Al hacerlas es importante evitar avanzar demasiado rápido. Si bien el expositor puede modificar la rapidez en la que se exponen las ideas, no puede controlar la rapidez en la que las procesan los que le escuchan. No debe extrañar que en seminarios de una hora haya quienes soliciten específicamente que las pláticas sean en pizarrón.

Elaborar una buena presentación para acompañar una plática no es tarea fácil. La presentación no debe ser un acordeón de donde nosotros podamos leer cada palabra que hemos de decir; no debe ser hecha para ayudar al expositor sino para facilitar la comprensión de la audiencia. Es muy importante entender que las palabras que vayan a aparecer proyectadas no necesariamente van a ser leídas, sobre todo si el expositor habla durante el tiempo en que se proyecta la lámina que contiene esas palabras. El texto que proyectemos debe ser complemento de lo que digamos. Un texto largo invita a no leerlo y a esperar a que el expositor explique; si el texto no va a ser leído habrá que preguntarse la razón por la que fue escrito. Por ello se sugiere no basar su presentación en láminas que muestren páginas de artículos, o en láminas que contengan muchas letras. En cambio, se recomienda incluir diagramas o dibujos que ilustren de lo que se habla. También se pueden incluir a manera de esquema solo las ideas centrales de lo que se dice durante el tiempo en que se muestra la lámina.

13. Tome esto en cuenta durante su plática.

Es normal que estemos nerviosos durante la plática, sobre todo en nuestras primeras exposiciones. Hay factores que contribuyen a ello, y también maneras de atacarlos.

En primer lugar, el tono de voz y la postura corporal pueden influir fuertemente a crear una atmósfera adecuada o adversa. Alguien que habla al pizarrón, que no ve a la audiencia y que usa un tono de voz muy bajo invita a dejar de prestar atención. Darse cuenta de una baja en la atención que se le brinda contribuirá a poner más nervioso al expositor. Debido a lo anterior es conveniente buscar contacto

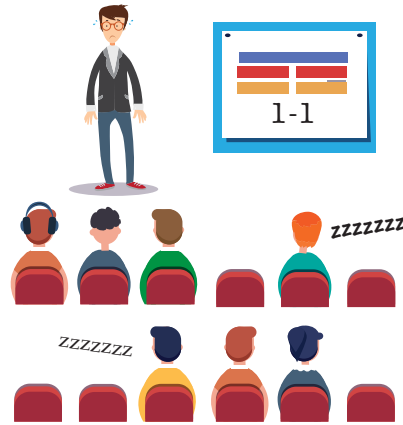
visual constante con la audiencia y modular el tono de voz de modo que se resalten las cosas más importantes (se puede subir un poco el tono en ellas), y nunca se hable demasiado bajo como para que no se escuche bien lo que decimos.

Cuando estamos nerviosos somos susceptibles a crear impresiones erróneas en nosotros mismos, en particular al tratar de interpretar las caras de quienes nos escuchan. Una de estas impresiones es suponer que en la audiencia hay personas que se están aburriendo, y podemos cometer el error de incrementar la velocidad en la que abordamos los temas. Otra más es cuando las caras de algunos asistentes nos sugieren que no están entendiendo, y ponemos más atención a explicar con más detalle de lo planeado. Debemos evitar tomar estas impresiones como hechos consumados; de ser posible, debemos ignorar impresiones que no tengan bases sólidas. Piense que es posible que, a pesar de las apariencias, a la audiencia le estaba costando trabajo seguir la plática, y acelerar el ritmo solo empeora la situación. Por otro lado, abundar en las explicaciones más de lo planeado suele romper el flujo lógico de las ideas. De no tener evidencia convincente de que algo está saliendo mal, ¡continúe con lo planeado!

A todos nos sucede de vez en cuando que hay un error en nuestras láminas y nos damos cuenta a la hora de la presentación. Hay varias maneras de abordarlo. Aquí le brindo unos ejemplos.

Seria y formal: aclarar el error y pedir disculpas de manera breve; posteriormente continuar como si nada hubiera ocurrido.

Bromista: enfatizar en la presunta veracidad del texto con el error (no



más de unos segundos), para luego aclarar lo que debía haberse escrito. *Indiferente*: evitar leer el texto con error y hacer como si no estuviera ahí.

Cada quien debe elegir cómo proceder de acuerdo a su carácter, y tener en cuenta que la salida que elijamos debe cumplir con que

- no se da información falsa,
- no se utiliza mucho tiempo en remediar la situación,
- usted no se distrae por el error y retoma el flujo de la plática cuanto antes.

Hay algunas ocasiones en que se deben evitar algunas de estas estrategias. Piense que si un error es evidente, eludir su mención puede ser una estrategia equivocada, pues es posible que se le interrumpa para verificar que se trata de un error. Por otro lado, un error ortográfico difícilmente causa confusión, y no merece ocupar tiempo alguno en evidenciarlo.

En secciones anteriores sugerí evitar ser formal en partes de la plática, ya sea por cuestiones de tiempo, de fluidez de las ideas o de probabilidad de comprensión por parte de la audiencia. Esto no debe interpretarse como una invitación a abandonar la formalidad por completo, sobre todo si el omitir detalles deja una impresión falsa del tema en cuestión en quienes le escuchan.

Por sobre todas las cosas le sugiero evitar decir mentiras a su audiencia. Aun si ignora la respuesta a alguna pregunta que le formulen, ¡Es mejor decir ‘no sé’ a decir mentiras! Tenga en cuenta que algunos comentarios y preguntas en las pláticas tienen como objetivo sugerir al expositor direcciones hacia dónde continuar, y no se espera que sepa a detalle todo acerca de esas direcciones. La intención de quienes preguntan en pláticas casi nunca es evidenciar que hay algo que el expositor no sabe.

14. Después de la plática aún hay cosas que usted puede hacer

Hay aspectos sencillos de evaluar de la plática que recién impartimos. Uno de ellos es el tiempo; ¿lo planemos bien? ¿nos faltó? ¿nos sobró?

Detectar otros aspectos requiere de voluntad autocrítica. Cuesta trabajo darnos cuenta de si hablamos demasiado rápido o en un volumen demasiado bajo. Para ese tipo de cosas es bueno contar con alguien de confianza entre los asistentes que nos pueda hacer ver esos detalles.

La misma audiencia aporta evidencia de qué tan bien o qué tan mal estuvo la plática. Interrupciones pertinentes suelen indicar que esas personas están preocupadas por seguir lo que decimos. Solicitudes de

ejemplos, o de volver a enunciar un resultado anterior indican que el tema y la manera de exponer captaron la atención de esas personas. Una plática sin interrupciones y cuya única pregunta al final busca relacionar lo expuesto con otros temas de matemáticas es un indicio de que no fueron muchos los que acompañaron al expositor hasta el final. Repetidas solicitudes de definiciones de conceptos básicos son clara muestra de que la plática fue de nivel muy elevado para la audiencia a la que fue presentada.

Cuando damos una plática desastrosa tendemos a desanimarnos y suele ocurrirnos dar el menor número de pláticas posible en el futuro. Sin embargo, lo que debemos hacer ¡es precisamente lo contrario! Primero hay que identificar aspectos negativos de nuestra plática que queremos que no se repitan, y de ser posible también aspectos positivos que queremos que sigan presentes en nuestras exposiciones. Después hay que buscar foros adecuados para dar pláticas, como seminarios formales o informales. En cada plática hay que buscar corregir algún aspecto negativo.

Es posible que para dar una plática que finalmente le deje satisfecho usted deba impartir otras cinco ponencias intermedias; si persevera, tenga por seguro que llegará ese día. En cambio, si decide dar el menor número de pláticas posibles puede ser que pase una vida completa en la que dar pláticas represente angustias y desilusiones. ¡Ánimo! ¡Todos podemos dar una buena plática!

15. Acerca de este texto

El presente texto fue escrito en México en 2017 y es producto de la preocupación de varios colegas por la baja calidad de muchas pláticas de matemáticas que presenciamos en seminarios, coloquios y congresos. Los síntomas de este hecho son de diversas naturalezas y algunos se describen a continuación.

Hoy en día la asistencia a nivel nacional a coloquios y seminarios de becarios de matemáticas no es lo nutrida que debería. Cuando se cuestiona de esto a estudiantes y académicos se deja entrever que para muchos de ellos es una pérdida de tiempo asistir a estos eventos. Una parte fundamental de esta opinión es que el material presentado les resulta incomprensible.

Vemos con preocupación que asistentes a pláticas, cada vez con mayor frecuencia, pasan una buena parte de la exposición frente al monitor de su computadora portátil, una tablet o un celular. No es raro ver que en esta situación alguna pantalla muestra una página de alguna red social o un videojuego.

Es común que haya pocas preguntas al final de las charlas, y que sean todavía menos las que son relevantes al tema expuesto. Algunas son por cortesía y son formuladas por algún experto en el área o por el moderador con la intención de que el expositor no se desanime.

Además de los síntomas antes mencionados, notamos falta de conciencia de la comunidad matemática de la gravedad de esta situación, y por lo mismo existen pocas acciones orientadas a remediarla.

Por si fuera poco, hay una presión constante a dar pláticas para fines de apoyos económicos, obtención de grado, contrataciones y promociones; pero no incluye una solicitud de calidad en estas pláticas. En comparación, la presión para que la gente escuche pláticas es casi nula. De acuerdo a lo anterior, el futuro que nos espera es que las pláticas no sean entendidas por nadie de los que las escuchan, o peor aun, que no haya quien las escuche. Las agencias que dan apoyos financieros y los comités que deciden obtenciones de grado, contrataciones y promociones no notarían si alguno de estos fuera el caso.

Este texto busca difundir la existencia del problema y solicitar la participación de todos sus lectores para colaborar en posibles soluciones. Será un gran paso que cada lector decida no ser parte del problema y encargarse de dar pláticas de buena calidad.

El presente texto no trata de decir que hay una receta para dar una plática perfecta. El autor de estas líneas está convencido de que cada expositor le debe poner un toque de su personalidad a cada una de sus pláticas, sin importar si se trata de una persona preferentemente seria o bromista. Lo central en las mejores pláticas que he escuchado no es el tono del expositor, sino una serie de factores que hacen que me halle cautivo a lo largo de toda la exposición.

No espero que el total de la comunidad matemática concuerde conmigo en cada uno de los temas que abordo en este texto. Por el contrario, atentamente invito a todo matemático a asistir a pláticas y ponerles la mayor atención posible. Al hacerlo sugiero realizar el ejercicio de determinar qué elementos le agradaron y cuáles no de modo que busque adoptar los primeros en la medida de lo posible y evitar caer en los segundos, independientemente de si ello contradice lo escrito aquí.

También le recomiendo al lector buscar otros textos cuyo propósito sea orientar en la preparación de pláticas con el objetivo de tener más puntos de comparación. Algunos de ellos, con distintos objetivos particulares, se enlistan a continuación. Comenzamos con [8], un texto escrito hace más de 40 años a solicitud de una sociedad matemática enfocado a presentaciones ante matemáticos no especializados en el área. El texto [10] es la base de un curso orientado a expresarse bien al dar charlas, especialmente ante audiencias difíciles. En [6] se muestra una

preocupación similar a la presentada aquí, aunque enfatiza otros aspectos. Finalmente, los textos [1] y [2] muestran lineamientos y requisitos para impartir pláticas de 20 minutos en un evento anual de un área específica de topología

Finalmente, pido disculpas por anticipado si algún lector se sintiera ofendido por los ejemplos que menciono de elementos negativos de una plática. Ninguno ha sido incluido con la intención de atacar a algún área de matemáticas ni a ningún expositor en particular.

16. Agradecimientos

El autor agradece a Coppelia Cerda por la elaboración de las ilustraciones, a Amanda Montejano, Patricia Pellicer, Ferrán Valdez, José Antonio Montero y al réferi anónimo cuyas sugerencias contribuyeron a hacer de este un mejor texto.

Bibliografía

- [1] «Lineamientos para impartir plática», <http://lya.fciencias.unam.mx/paty/etc/lineamientos.html>.
- [2] «Requisitos para elaborar tu plática», <http://lya.fciencias.unam.mx/paty/etc/requisitos.html>.
- [3] H. S. M. Coxeter, «Discrete groups generated by reflections», *Ann. of Math. (2)*, vol. 35, núm. 3, 1934, 588–621.
- [4] ———, «Regular Skew Polyhedra in Three and Four Dimension, and their Topological Analogues», *Proc. London Math. Soc. (2)*, vol. 43, núm. 1, 1937, 33–62.
- [5] ———, *Regular polytopes*, 3.^a ed., Dover Publications, Inc., New York, 1973.
- [6] A. Georgakopoulos, «Some advice on giving a mathematical talk - avoiding the standard mistakes», <https://www.math.tugraz.at/~agelos/giveTalk/givetalk.htm>.
- [7] B. Grünbaum, «Uniform tilings of 3-space», *Geombinatorics*, vol. 4, núm. 2, 1994, 49–56.
- [8] P. R. Halmos, «How to talk mathematics», *Notices of the AMS*, vol. 21, 1974, 155–158.
- [9] J. Kepler, *The harmony of the world*, Memoirs of the American Philosophical Society, vol. 209, American Philosophical Society, Philadelphia, PA, 1997, Translated from the Latin and with an introduction and notes by E. J. Aiton, A. M. Duncan and J. V. Field, With a preface by Duncan and Field.
- [10] M. Marcolli, «The (martial) art of giving talks», <http://www.its.caltech.edu/~matilde/Ma10Notes.pdf>.
- [11] U. Persson, «*King of infinite space: Donald Coxeter, the man who saved geometry* by Siobhan Roberts [book review of mr2352131]», *Math. Intelligencer*, vol. 31, núm. 1, 2009, 84–85.