Miscelánea Matemática **52** (2011) 75–79 SMM

Katsumi Nomizu (1924-2008)

Gerardo Hernández

ghernand@cinvestav.mx

Sección de Teoría y Metodología de la Ciencia, Cinvestav

Katsumi Nomizu estudió matemáticas en la Universidad de Osaka, lejos de Osaka, a la vista de un lago, mientras bombarderos de otra parte destruían lo que podían en las ciudades grandes, porque ahí no hacía falta apuntar. Pero sin puntería pueden el frío y el hambre diezmar a las poblaciones y las esperanzas, y hacer que Pontrjagin[1] ilumine la desesperanza con grupos topológicos. Y Katsumi lo leyó, y a Gelfand[2], a von Neumann, a Shilov[3] y a Chevalley[4]; aprendió a pensar como Riemann leyendo a Hodge[5]. Y las armas se retiraron y se ofreció la paz de la beca; Katsumi viajó a Columbia para escuchar a Chevalley hablar de las distribuciones que distinguieron a Schwartz, pero se quedó en Chicago donde encontró a Chern que enseñaba (¿cómo no?) geometría diferencial[6]; a Weil[7], que hablaba de haces fibrados, y Koszul[8] que calculaba cohomologías a las álgebras de Lie. Y frente a Weil expuso a Hochschild, y dijo que el lema uno era fácil, y Weil preguntó si deveras era fácil o sólo quería abreviar tiempo, y Weil sonrió con la respuesta. De Koszul aprendió a ser cuidadoso en las demostraciones y a utilizar, para aprenderlas, las sucesiones espectrales de Leray[9]. Para su tesis usó el apenas concebido y nunca antes publicado formalismo $\nabla_X Y$ para las conexiones, idea de Koszul, y con ello desarrolló las ahora famosas fórmulas de torsión, de los tensores de curvatura y de Ricci, y todo eso[10]. Pero la tesis era poco para el grado exigido, de modo que recibió la visita de siete u ocho profesores (Schilling, Kaplansky, Segal, Halmos,...) en un salón que debe haber sido tan desolador como la ciudad sometida a bombardeos. Segal preguntó si conocía una fórmula algebraica, en términos del álgebra de Lie, para el laplaciano de una métrica bi-invariante en un grupo de Lie compacto, y Katsumi hubo de confesar su ignorancia de la fórmula demandada, con lo que Segal replicó: “Está bien. La acabo de encontrar anoche”[11]. Y así Katsumi sufrió su segundo bombardeo, esta vez en Chicago, uno que acabó disfrutando, cuestionado sobre probabilidad, ecuaciones diferenciales parciales, álgebras no-asociativas, teoría analítica de los números, análisis funcional, teoría de grupos de Lie, cohomología, y otros. El Dr. Nomizu viajó a París donde compró la obra completa de Elie Cartan[12], y aprendió de Lichnerowicz[13], conoció a Berger cuando también aprendía y reencontró a Japón en Kobayashi[14], quien lo llevó a Estrasburgo para trabajar con Ehresmann[15] y hablar mucho de la geometría que se estudia con herramientas diferenciales, y terminó exponiendo en el Seminario Bourbaki. Regresó a Japón para enseñar en la universidad de Nagoya por cuatro años, pero fijó su residencia en los Estados Unidos, trabajando en la universidad de Brown, ocupada su mente en geometría riemanniana e intercambiando pesados correos con un coautor que vivía a 5000 kilómetros y escribía y reescribía en máquinas mecánicas la obra que ahora todos admiramos[16]. Estudió la geometría de las subvariedades[17], las métricas indefinidas[18], la geometría diferencial afín[19], y viajó al Instituto Max Planck invitado por Hirzebruch. El Profesor Nomizu escribió con envidiable claridad geométrica y mental cerca de una centena de artículos y casi una decena de libros. Hombre sencillo, hombre profundo; muerto ayer apenas, Katsumi Nomizu.

Referencias

Dillen,F., Magid, M., Simon, U. Van de Woestijne, I., Verstaelen, L., *Geometry and Topology of Submanifolds, VII. Differential Geometry in Honour of Prof. Katsumi Nomizu.* World Scientific: Singapore, 1994.

Usé de este libro la autobiografía titulada *Opportunities and Indebtedness* pp. 3-6.

En ese volumen aparecen dos excelentes revisiones de su trabajo:

Dombrowski, P., *Reflections on some differential geometric work of Katsumi Nomizu.* pp. 13-32 ("Querido Katsumi: Todos estamos impresionados por la diversidad y belleza de tus resultados de investigación. Disfrutamos en tus publicaciones la claridad con la que formulaste tus conceptos y teoremas, lo conciso y simple de los cálculos, la elegancia de estilo combinado con lo confiable de la presentación. Todos hemos aprendido mucho de ti, y te lo agradecemos.")

Simon, U., *The influence of Katsumi Nomizu on affine differential geometry.* pp. 33-51 ("Se dice que un trabajo científico es de gran importancia para un campo si es citado cien o más veces. Generalmente los matemáticos se muestran reluctantes a referirse al *citation index*... Wang Changping contó las referencias al "Foundations"desde 1980 (aproximadamente dos décadas después de la aparición del primer volumen) hasta 1992. El resultado: 1500 referencias en ese periodo...")

Notas

[1]En este texto aparecen nombres de afamados matemáticos; damos algunos datos de aquellos que el mismo Nomizu considera influyeron en su formación. Aunque ahora es muy fácil recurrir a Internet para enterarse más acerca de ellos, incluímos aquí algunas líneas para ubicarlos rápidamente. Es muy común usar la expresión "sobre hombros de gigantes"para señalar la importancia de los predecesores en la contribución de un individuo, pero sólo se justifica cuando dicha contribución realmente es significativa. Definitivamente este es el caso de K. Nomuzu. Lev Pontrjagin (1908-1988) fue un matemático soviético de primera línea. Realizó contribuciones en la teoría de control, pero es más conocido por sus trabajos en topología: cobordismo, clases características, dualidad. Uno de los matemáticos más controversiales por sus posiciones políticas. Algunos lo acusan de antisemitismo, aunque él insistía que solamente era anti-sionista.

[2]Aunque Izrail Gelfand nació en 1913, ya contaba con publicaciones desde 1939, sobre todo en álgebra de anillos, representaciones de grupos y encajes en espacios de Hilbert, entre los años 1939-1946.

[3]Hay una enorme confusión respecto a Georgi Evgen'evich Shilov (1917-1975) y datos contradictorios sobre su fecha de graduación y de estancias universitarias, al menos en idiomas distintos al ruso. Aunque Nomizu cita a Shilov como uno de sus autores en el periodo de la guerra, aparentemente sólo había publicado un artículo con Gelfand —quien sería más tarde su director de tesis doctoral— en 1941, los demás fueron publicados después de la guerra. Trabajó mayoritariamente en análisis funcional, aunque también hizo contribuciones importantes en álgebra, geometría algebraica, etc.

[4]Claude Chevalley (1909-1984), matemático francés (nacido en Johanesburgo) de amplia cultura y formación política. Sus contribuciones se enmarcan en álgebra, fundamentalmente. Su libro *Grupos de Lie* es un clásico. Estableció las bases de los grupos algebraicos, teoría de esquemas, clasificación de grupos simples finitos y otros. El hecho de que conociera a fondo la teoría de las distribuciones de Schwartz, como se menciona unas líneas más adelante, es muestra de su amplia cultura matemática; por algo fundó al grupo Bourbaki, cuyo lema: "todos deben interesarse en todo", bien habla de una época casi extinta.

[5]William Vallance Douglas Hodge (1903-1975), matemático escocés, destacó en geometría algebraica y geometría diferencial. Hay numerosos resultados que llevan su nombre. Sin duda era un autor muy indicado para iniciar a alguien en el lenguaje de la geometría riemanniana.

[6]Shiing-Shen Chern (1911-2004) (pronúnciese *Churn*) es considerado por casi todos como el padre de la geometría diferencial moderna. Entre otras cosas estabeció un nexo importantísimo entre la geometría diferencial y la topología algebraica. Él mismo consideró como su principal contribución la demostración intrínseca del teorema generalizado de Gauss-Bonnet. Se puede decir mucho de Chern, una buena descripción de su trabajo aparece en Shing-Tung Yau, *Chern's work in geometry*, Asian J. Math. vol. 10, no. 1, pp. v-xii, 2006.

[7]André Weil (1906-1998), matemático francés, hizo contribuciones notables en teoría de números y en geometría algebraica. Vivió una vida de novela, y se interesó en diversos campos. Es interesante mencionar que el único honor mencionado en su biografía oficial fue: "Miembro de la Academia de Ciencias y de Letras de Poldavia"; un país imaginario donde radicó el también imaginario matemático Nicolas Bourbaki, creación de Weil, Chevalley y otros.

[8]Jean-Louis Koszul (1921-), francés conocido por el "complejo de Kozsul", usado en cohomología de álgebras de Lie. Su idea de conexión es vital para la geometría diferencial moderna. Se supone que también formó parte del Grupo Bourbaki, lo que explica el reconocimiento que hace de él Nomizu.

[9]Otro de los grandes matemáticos franceses. Contribuyó en varios campos. En topología algebraica creó nada menos que la teoría de gavillas y las sucesiones espectrales. Las vicisitudes de la guerra le dan un marco especial a estas creaciones.

[10]Hace tiempo solía definirse a la geometría diferencial como "un conjunto de resultados invariantes bajo cambios de notación". La notación de Koszul uniformó y simplificó las cosas. El símbolo ∇ proviene del cálculo vectorial, y sirve para definir los operadores *grad, div* y *rot (o curl).* Su introducción en geometría diferencial es justificado porque extiende la noción de derivada direccional para objetos más generales que los campos vectoriales o escalares. En geometría diferencial existen varias formas de derivar, y la derivada covariante que aparece en la fórmula citada es la que se asocia a la geometría de las variedades (la derivada exterior, por ejemplo, tiene que ver más con la topología). Esta derivada se establece a través de una forma de "conectar" o asociar objetos, por ejemplo espacios vectoriales, definidos en distintos puntos de la variedad; por ello se usa el término conexión. En este sentido, la curvatura de una variedad de define en términos de una conexión entre los espacios tangentes a una variedad. Cuando se alude a que una estructura está adaptada a la geometría, quiere decir que es invariante ("constante") con respecto a esa conexión: por ejemplo, una curva γ es geodésica si su derivada $\dot{\gamma}$ no cambia en la dirección de la propia derivada $\nabla_{\dot{\gamma}}\dot{\gamma} = 0$; una métrica g es compatible con esa conexión si $\nabla g = 0$ (esto significa $\nabla_X g = 0$, para toda X); una estructura compleja J se adapta a una métrica compatible (hermitiana) si la derivada satisface la ecuación anterior y si $\nabla J = 0$. Un muy largo etcétera da cuenta de la importancia de usar este operador.

[11]La noción de segunda derivada es fundamentalmente geométrica. El laplaciano es de segundo orden y por ello debe estar definido por una conexión, en este caso asociada a una métrica. Como los grupos no tienen que ser abelianos, se escoge una métrica que sea invariante por la izquierda y por la derecha, lo que siempre se puede hacer en un grupo de Lie compacto. Un álgebra de Lie no es más que la aproximación lineal, tangente, a un grupo de Lie.

[12]Es imposible referirse a todas de las aportanciones de Eli Cartan. Si Chern es el padre de la geometría diferencial moderna, Cartan es el abuelo. El propio Chern reconoció la enorme influencia de Cartan en su obra. Hay que señalar que no es fácil leer a Cartan, pero es una delicia leer a Chern. Nomizu debe, por fortuna, en este aspecto, más al padre que al abuelo.

[13]André Lichnerowicz (1915-1998) fue uno de los geómetras franceses más influyentes, pues además de hacer contribuciones significativas en geometría diferencial y en física matemática, sus propuestas para la enseñanza de la matemática rebasaron las fronteras de su país.

[14]Shoshichi Kobayashi (1932-), es uno de los geómetras japoneses más productivos y profundos. Escribió con Nomizu (y de ello se hacemos referencia en el texto) el libro de texto sobre geometría diferencial más usado en el mundo: *Foundations of Differential Geometry*, en dos volúmenes, publicados en 1963 y 1969.

[15]Charles Ehresmann (1905-1979) otro destacado geómetra y topólogo francés, miembro del grupo Bourbaki, creador, entre otras cosas, de la noción de conexión que lleva su nombre.

[16]Hacemos referencia al ya citado *Foundations.* Aun en las ediciones modernas aparecen todas las erratas y sus correspondientes correcciones, muy probablemente

como homenaje a la titánica labor que exigió de sus autores en aquellos años.

[17]Generalización natural del concepto de superficie en el espacio.

[18]Dadas por formas bilineales no degeneradas, pero no necesariamente definidas positivas.

[19]Clásicamente estudiaba las superficies en el espacio afín tridimensional, luego derivó en el estudio de hipersuperficies de espacios afines, superficies de codimensión mayor que uno... Una buena introducción en el volumen IV de Spivak.