Miscelánea Matemática **71** (2021) 5-15 SMM

**DOI:** https://doi.org/10.47234/mm.7102

# Caracterización de espacios topológicos a partir de su estructura puntual

Rocío Leonel
Instituto de Estudios Superiores Rosario Castellanos
Ciudad de México
rocioleonel@gmail.com

Para Alejandra, Arturo y Jesús Leonel

## 1. Introducción

En matemáticas, como en cualquier área científica, existe un universo extenso de objetos de estudio que varían dependiendo del sector donde nos encontremos. Estos pueden ser desde fenómenos físicos, biológicos, económicos u objetos más abstractos, como espacios topológicos. Aún restringiendo el campo de la matemática a la topología las opciones de estudio son considerables.

Una parte crucial en la investigación es clasificar los objetos de estudio en cuestión.

Cabe mencionar que en topología cuando dos espacios $X$ y $Y$ son iguales, nos referimos a que en realidad son homeomorfos, es decir, existe una función $f : X \to Y$ que es biyectiva, continua y con inversa continua.

En algunas ocasiones no es tan sencillo exhibir esta función por lo que nos apoyamos en propiedades topológicas que son preservadas bajo funciones continuas. Por ejemplo, si un espacio $X$ es conexo y $Y$ es otro espacio homeomorfo a $X$, entonces $Y$ debe ser conexo, pues la conexidad es una propiedad topológica. De este modo, las propiedades que se preservan bajo homeomorfismos nos ayudan a catalogar topológicamente dos espacios. Esto es muy útil, pues si dos espacios son homeomorfos deben de tener las mismas propiedades topológicas.

Con el objetivo de clasificar algunos espacios topológicos, uno podría iniciar con propiedades muy generales, y poco a poco afinar esta clasificación. En este sentido, podría suceder que determinada propiedad sea suficiente para catalogar ciertos espacios, aunque en la mayoría de los casos no es así.

*Palabras clave*: Continuo, puntos orilla y puntos de corte.

Por ejemplo, dentro del espacio $\mathbb{R}^2$ se encuentran la circunferencia unitaria $S^1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$, el intervalo $[0, 1]$ (que denotaremos por la letra $I$) y el disco unitario $D^1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$. Estos tres espacios son localmente conexos, arco conexos y se pueden encajar en $\mathbb{R}^2$, por lo que estas propiedades no son suficientes para diferenciarlos topológicamente. De esta manera, es necesario utilizar otras propiedades topológicas para poder distinguir estos espacios.

El propósito de este artículo es presentar ciertas nociones *puntuales* que nos permitirán diferenciar topológicamente estos tres espacios. En particular, introduciremos las nociones de puntos de no corte, puntos orilla y puntos de no bloque.

## 2. Conceptos básicos

Este trabajo está desarrollado sobre espacios topológicos llamados continuos, por lo que presentaremos algunas definiciones.

Un **continuo** es un espacio métrico, compacto, conexo y no vacío. Un **subcontinuo** es un subconjunto compacto, conexo y no vacío de un continuo. El conjunto de subcontinuos de un continuo $X$, se le llama el hiperespacio de continuos, $C(X)$, y se le considera con la métrica de Hausdorff. Detalles sobre esta métrica, se pueden encontrar en [11] y [17].

Algunos ejemplos de continuos son: el intervalo $[0, 1]$, la circunferencia unitaria $S^1$ y el continuo $\mathrm{sen}(1/x)$, que es la cerradura de la gráfica $\mathrm{sen}(1/x)$, figura 3. Cualquier continuo homeomorfo a $S^1$ se le conoce como curva cerrada simple.

Una **gráfica finita** es un continuo que es unión finita de intervalos, de manera que cada par de ellos se intersectan a lo más en un número finito de puntos. Un **árbol** es un gráfica finita sin curvas cerradas simples, es decir, no contiene circunferencias. La figura 1 y la figura 2 representan un triodo (árbol) y una paleta (gráfica finita que no es un árbol), respectivamente.

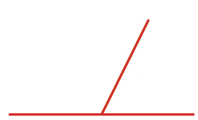

**Figura 1.** Triodo.

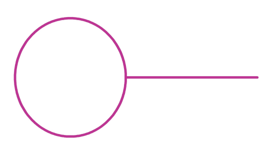

**Figura 2.** Paleta.

Un continuo $X$ es **localmente conexo** si para cada punto $x \in X$ y cada abierto $U$ de $X$ que contiene a $x$, existe un abierto conexo $V$ de $X$

tal que $x \in V \subset U$. El triodo, la paleta y en general todas las gráficas son continuos localmente conexos, por otro lado el continuo $\operatorname{sen}(1/x)$ no es localmente conexo. Los puntos donde el continuo $\operatorname{sen}(1/x)$ no es localmente conexo se encuentran en el intervalo que contiene al punto $a$ de la figura 3.

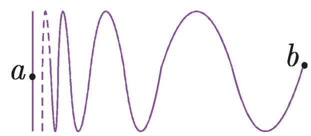


**Figura 3.** Continuo $\operatorname{sen}(1/x)$.

Un continuo $X$ es **unicoherente** si siempre que $X = A \cup B$ donde $A$ y $B$ son subcontinuos propios de $X$, se tiene que $A \cap B$ es conexo. Los árboles y el continuo $\operatorname{sen}(1/x)$ son unicoherentes, mientras tanto, las gráficas finitas que no son árboles no son unicoherentes.

Una **dendrita** es un continuo localmente conexo y sin curvas cerradas simples. Los árboles son ejemplos de dendritas, pero existen dendritas que no son árboles como la dendrita de Gehman, véase la figura 4. Para conocer más sobre las dendritas se puede leer [11].

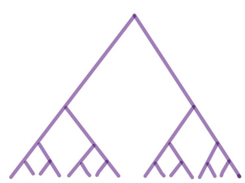

**Figura 4.** Dendrita de Gehman.

## 3. Puntos de no corte, orilla y no bloque

Para definir los puntos de no corte en un continuo, definiremos primero los puntos de corte, y como su nombre lo dice *cortan* al continuo en al menos dos partes, pero veamos la definición formal.

### 3.1 Puntos de corte y no corte

Dado un continuo $X$ y un punto $p \in X$. Diremos que $p$ es un **punto de corte** de $X$ si $X \setminus \{p\}$ no es conexo, es decir, es la unión de dos conjuntos abiertos, ajenos y no vacíos. En caso contrario, es decir, si $X \setminus \{p\}$ es conexo, diremos precisamente, que $p$ es un **punto de no corte** de $X$.

No es difícil convencerse de que el punto $\frac{1}{2}$ es un punto de corte de $I$, pues al removerlo del intervalo, obtenemos dos intervalos abiertos, ajenos y no vacíos, véase la figura 5.

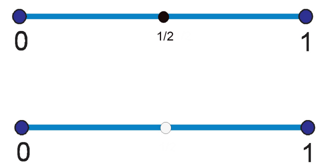


**Figura 5.** El punto $1/2$ es punto de corte del intervalo $[0, 1]$.

En general, si elegimos cualquier punto $p$ del intervalo abierto $(0, 1)$, $I - \{p\} = [0, p) \cup (p, 1]$ que es un espacio no conexo. En consecuencia, cada punto del intervalo abierto $(0, 1)$ es un punto de corte de $I$.

Se podrá observar que lo anterior no sucede con los puntos extremos del intervalo, pues $I \setminus \{0\} = (0, 1]$ e $I \setminus \{1\} = [0, 1)$ son espacios conexos. De este modo, el 0 y el 1 son los únicos puntos de no corte del intervalo y de hecho se tiene el siguiente resultado: **El intervalo es el único continuo con exactamente dos puntos de no corte,** la prueba de este resultado se puede encontrar en [17], y en general se sabe que: **Todo continuo tiene al menos dos puntos que no son de corte,** para más detalle de este resultado y la prueba se puede consultar [16]. Sin embargo, esto no pasa para los puntos de corte, pues existen continuos, como $S^1$, sin puntos de corte, en este caso si $p \in S^1$, entonces $S^1 \setminus \{p\}$ es conexo y resulta homeomorfo al intervalo $(0, 1)$.

Notemos que para cada $n \in \mathbb{N}$, existen continuos con exactamente $n$ puntos de no corte, ejemplos de estos son los llamados $n - odos$ (unión de $n$ arcos que se intersectan dos a dos en un único punto llamado vértice del $n - odo$, de tal forma que el vértice debe ser un extremo de cada uno de los $n$ arcos ). Para el caso $n = 3$, tenemos al triodo, (figura 1) en este caso, solo tiene tres puntos de no corte, los extremos de los intervalos. También podemos tener continuos con una cantidad no numerable de puntos de no corte, como cualquier curva cerrada simple, o el continuo $\operatorname{sen}(1/x)$.

### 3.2 Puntos Orilla

Para el caso de los puntos orilla, uno podría intuir que los puntos orilla se encuentran en la *orilla* del continuo. Esta idea, podría funcionar en algunos continuos, pero nuestra intuición podría ser engañosa. Por ejemplo, en el intervalo los puntos orilla son efectivamente el 0 y el 1. En este caso, la idea intuitiva de orilla parece correcta, pero como veremos más adelante, esto no siempre sucede. Veamos la definición de punto orilla.

Dado un continuo $X$ y un punto $p \in X$. Diremos que $p$ es un **punto orilla** de $X$ si existe una sucesión de subcontinuos de $X$, $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, tales que $p \notin A_n$ para cada $n \in \mathbb{N}$ y $\lim_{n\to\infty} A_n = X$, con la métrica de Hausdorff.

Ahora, consideremos el disco unitario, $D^1$, y preguntémonos ¿cuáles son los puntos orilla de $D^1$? Si esta pensando en la *orilla* del disco, así como la *orilla* de una tortilla, efectivamente, esos puntos son orilla, pero ¿serán todos los puntos orilla?, la respuesta es no y en este caso $D^1$ es un continuo donde todos sus puntos son orilla. Veamos con más detalle esta afirmación: **Todo punto del disco unitario es orilla.**

De acuerdo a la definición de punto orilla, dado cualquier punto $p$ en $D^1$, nos gustaría construir subcontinuos, $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, contenidos en $D^1$, donde ninguno de ellos contenga al punto $p$ y además, $\lim_{n\to\infty} A_n = D^1$. Una forma de construir estos continuos es la siguiente.

Considere $p \in D^1$ y $A_n$ la cerradura de la intersección de $D^1$ y el complemento en $D_1$ de la circunferencia con centro en $p$ y radio $\frac{1}{n+1}$, para cada $n \in \mathbb{N}$. Tendremos dos tipos de continuos, $A_n$, como se puede ver en la figura 6. Sin embargo, en cualquiera de los dos casos $p \notin A_n$ para ninguna $n \in \mathbb{N}$.

Además, notemos que de esta construcción obtenemos una sucesión anidada de continuos $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, es decir, $A_1 \subset A_2 \subset A_3 \subset \cdots \subset D^1$. Observe que con esta propiedad y respecto a la métrica de Hausdorff, $A_2$ está más cerca a $D_1$ que $A_1$, $A_3$ está más cerca a $D_1$ que $A_2$. En general, $A_m$ está aún más cerca a $D_1$ que $A_n$ para cada $m > n$. Esto nos brinda un idea intuitiva de que $\lim_{n\to\infty} A_n = D^1$. De lo anterior, tenemos una sucesión de continuos, $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, contenidos en $D^1 - \{p\}$ y $\lim_{n\to\infty} A_n = D^1$, es decir $p$ es un punto orilla de $D^1$.

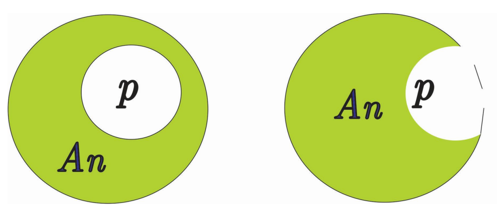


**Figura 6.** Construcción de los continuos $A_n$.

Otro continuo donde todos sus puntos son orilla es la circunferencia, no es difícil convencerse que todo punto en la circunferencia unitaria, $S^1$, es un punto orilla de $S^1$.

Un resultado importante que se puede consultar en [13] de puntos orilla es el siguiente: **Todo continuo tiene al menos dos puntos orilla.** Este resultado generaliza el resultado equivalente a puntos de corte, el cual dice, que todo continuo tiene al menos dos puntos de corte, pues todo punto orilla es un punto de no corte. Y aunque no daremos la prueba formal, explicaremos que todo punto de corte no puede ser punto orilla. Ya que si tenemos un punto de corte de un continuo, al removerlo del continuo nos quedan al menos dos abiertos, ajenos y no vacíos, digamos $H$ y $K$. Ahora, si tuviéramos una sucesión de continuos que no contienen al punto de corte, entonces de la conexidad de cada continuo, tendríamos que estos se quedan contenidos en $H$ o en $K$, de este modo el límite de la sucesión nunca podrá ser el total. Así, si tenemos un punto de corte, entonces no puede ser un punto orilla, por lo que: **Todo punto orilla es de no corte.**

Ahora, no siempre sucede que todo punto de no corte es un punto orilla. En el doble abanico armónico, véase la figura 7, podemos observar que el punto $p$ no es de corte, pues al quitar el punto $p$ al doble abanico, este sigue siendo conexo. Sin embargo, el punto $p$ no es un punto orilla, pues al momento de construir una sucesión de continuos que no contengan al punto $p$, estos se quedarán contenidos en el abanico armónico de la izquierda o en el abanico armónico de la derecha (que no contienen al punto $p$), y de este modo el límite de la sucesión no podrá converger al total.

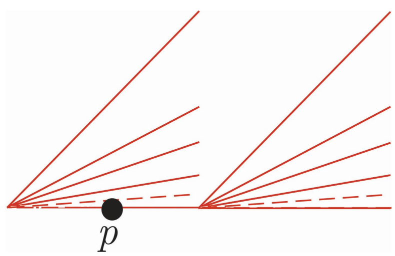


**Figura 7.** Doble abanico.

Como ya habíamos mencionado, el intervalo es el único continuo con dos puntos de no corte y respecto a puntos orilla, ya no podemos asegurar que el intervalo sea el único continuo con solo dos puntos orilla. El continuo de la figura 8 (el doble continuo $\operatorname{sen}(1/x)$ ) también solo tiene dos puntos orilla (los puntos $q$ y $b$) y no es un arco.

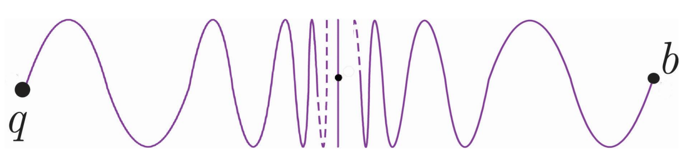


**Figura 8.** Doble $\operatorname{sen}(1/x)$.

Sin embargo, se tiene la siguiente caracterización para el intervalo con puntos orilla: **Un continuo $X$ es un arco si y solo si cada subcontinuo $B$ de $X$ tiene solo dos puntos orilla,** para más detalles de este resultado y la prueba se puede consultar [13].

### 3.3 Puntos de no bloque

En el caso de puntos de no bloque la definición es la siguiente:

Dado un continuo $X$ y un punto $p \in X$. Diremos que $p$ es un **punto de no bloque** de $X$ si existe una sucesión de subcontinuos de $X$, $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, tales que $p \notin A_n$ para cada $n \in \mathbb{N}$, $A_1 \subset A_2 \subset \cdots \subset X$ y además $\underset{n\in\mathbb{N}}{\cup} A_n$ es densa en $X$.

La idea intuitiva de que un punto sea de no bloque, es que podemos ir cubriendo a nuestro continuo, con los continuos de la sucesión $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, e ir creciendo a partir de $A_1$ pues $A_1 \subset A_2 \subset \cdots \subset X \setminus \{p\}$, de tal manera que el punto $p$ no nos bloquea el camino hasta que lleguemos al total. Esto se puede observar muy bien en el intervalo, veamos muy brevemente porqué el 0 es un punto de no bloque del intervalo.

Para cada $n \in \mathbb{N}$, considere el intervalo $I_n = \left[\frac{1}{n+1}, 1\right]$, entonces $I_n$ es un subcontinuo de $I$ que no contiene al cero. Además, la sucesión $\{I_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ satisface que $I_1 \subset I_2 \subset \cdots \subset I$ y $\overline{\underset{n\in\mathbb{N}}{\cup} I_n} = I$, es decir la unión es densa en $I$. Por lo que el cero es un punto de no bloque. De manera análoga, se podrá observar que el 1 también es un punto de no bloque. En este caso, tenemos que los puntos de no corte, los puntos orilla y los puntos de no bloque del intervalo son el 0 y el 1.

Regresando al caso del disco unitario, observe que las sucesiones que construimos cumplen $\overline{\underset{n\in\mathbb{N}}{\cup} A_n} = D^1$, es decir, la unión es densa. En consecuencia, todo punto del disco unitario también es punto de no bloque.

Note también, que cualquier punto $p$ del disco $D^1$ no es de corte, pues cuando se lo quitamos obtenemos un espacio conexo. De este manera, concluimos que todo punto del disco unitario es un punto de no corte, un punto orilla y punto de no bloque. Este mismo suceso pasa en $S^1$, no es difícil verificar que todo punto en $S^1$, es un punto de no corte, punto orilla y punto de no bloque.

Para el caso de puntos de no bloque, J. Bobok, P. Pyrih y B. Vejnar en [7], prueban que: **Todo continuo tiene al menos dos puntos de no bloque**, esto generaliza el resultado que se tenía de puntos orilla, pues se puede observar de la definición de punto orilla que todo punto de no bloque es un punto orilla.

Sin embargo, no todo punto orilla es un punto de no bloque. En [7], se presenta un ejemplo de un dendroide con un punto que es punto orilla pero no es un punto de no bloque.

Como acabamos de mencionar todo punto de no bloque es punto orilla y también de no corte. Además, en $I$, $S^1$ y $D^1$, sí se cumplen las implicaciones inversas, es decir los puntos de no corte, también son puntos orilla y son puntos de no bloque. Esta misma situación pasa en los continuos localmente conexos. Es decir, en un continuo localmente conexo, ser un punto de no corte, ser un punto orilla o ser punto de no bloque son equivalentes, y es precisamente en los continuos no localmente conexos (como el doble abanico) donde no se tiene esa condición.

## 4. I, $\mathbf{S}^1$ y $\mathbf{D}^1$ no son homeomorfos

Veamos ahora porqué el intervalo no puede ser homeomorfo ni a $S^1$ ni a $D^1$, pero tampoco $S^1$ y $D^1$ pueden ser homeomorfos.

Recuerde que el intervalo es el único continuo con solo dos puntos de no corte y en $S^1$ todos sus puntos son de no corte. Por lo tanto, el intervalo y la circunferencia unitaria no son homeomorfos. Este mismo argumento, nos sirve para $D^1$, pues también, cualquier punto del disco unitario es de no corte. En consecuencia, el intervalo tampoco puede ser homeomorfo a $D^1$.

Ahora, puede que no sea muy claro porqué $S^1$ y $D^1$ no son homeomorfos, pues en estos casos, son continuos donde todos sus puntos son de no corte, orilla y de no bloque. Así que observemos con más detalle otras características de una circunferencia. Ya vimos que al momento de quitarle solo un punto a la circunferencia unitaria, no la desconectamos, pero, ¿qué pasa si le quitamos dos? Cómo ya habrá notado, al momento de quitarle dos puntos, obtenemos dos intervalos abiertos de la circunferencia, es decir, sí lo desconectamos. Esto fue demostrado por S. B. Nadler en [17, teo. 9.31, p. 156] y el teorema es el siguiente: **Un continuo no degenerado es una curva cerrada simple si no es cortado por ninguno de sus puntos, pero sí por cada par de sus puntos.**

Observe que con este resultado, es inmediato justificar que $S^1$ y $D^1$ no son homeomorfos, pues para cualesquiera dos puntos $p$ y $q$ en $D^1$, se tiene que $D^1 \setminus \{p, q\}$ sigue siendo conexo. Y podemos concluir que el intervalo, una curva cerrada simple y un disco no son homeomorfos.

## 5. Un poco de historia

Para terminar, presentamos un poco de historia acerca de los puntos de no corte, puntos orilla y puntos de no bloque dentro de los continuos.

La historia de los puntos de no corte comenzó en el año 1920, gracias a R. L. Moore, quién demostró, en [16], que cada continuo no degenerado tiene al menos dos puntos de no corte. En [5], R. Bing presenta las primeras caracterizaciones del arco y la circunferencia, y prueba que el arco es el único continuo con dos puntos de no corte. A partir de esto podremos encontrar en la literatura diversas caracterizaciones de continuos utilizando puntos de no corte. Así, para árboles y dendritas tenemos que: un continuo es un árbol si y solo si tiene solo un número finito de puntos de no corte, [17, teo. 9.28, p. 154] y un continuo $X$ es una dendrita si y solo si cada subcontinuo no degenerado de $X$ contiene una cantidad no numerable de puntos de corte de $X$, véase [17, teo. 10.8, p. 168].

Con respecto a los puntos orilla, todo inició en 1989 con el trabajo doctoral de I. Puga, quien definió los puntos orilla para dendroides y fueron de gran utilidad para determinar el hiperespacio cónico de un dendroide. En [15] y [18] se puede ver esta clasificación. En [13], extendimos la definición de punto orilla para cualquier continuo y en el mismo artículo probamos que todo continuo tiene al menos dos puntos orilla.

En 2011, A. Illanes y P. Krupski [12] definieron los conjuntos bloque y los no bloque para varios tipos de continuos. A partir de este artículo, se han obtenido diversos resultados acerca de estos temas. En [10], R. Escobedo, M. de J. López y H. Villanueva caracterizaron algunas clases de continuos localmente conexos utilizando conjuntos de bloque y conjuntos de no bloque. J. Camargo, D. Maya y L. Ortíz, en [9], se enfocaron en el estudio de conjuntos de no bloque en ciertos hiperespacios. A partir de 2015, D. Anderson ha estudiado los conjuntos orilla y los conjuntos de no bloque en espacios compactos, conexos y Hausdorff, llamados continuos de Hausdorff, véase [1], [2], [3] y [4]. En 2016, J. Bobok, P. Pyrih y B. Vejnar continuaron con el estudio de los puntos de no bloque, véase [8], [7] y [6]. En [7], hacen un recorrido extenso con estos puntos, prueban que todo continuo tiene al menos dos puntos de no bloque y que todo punto de no bloque es un punto orilla, generalizando el resultado antes mencionado de que todo continuo tiene al menos dos puntos orilla. Una diferencia notoria entre los continuos y los continuos Hausdorf, es que estos últimos puede que no tengan puntos de no bloque, como lo demostró D. Anderson en [2], donde construye un continuo de Hausdorff sin puntos de no bloque. Sin embargo, en 2019, prueba que en continuos Hausdorff, la existencia de puntos orilla garantiza la existencia de puntos de no bloque y viceversa. En 2018, C. Piceno estudió los conjuntos de no bloque en espacios más particulares como continuos homogéneos, véase [19]. Finalmente en 2020, S. Macías en [14], continua con el estudio de continuos homogéneos y no bloqueadores.

Como se podrá observar, desde 1920 se ha trazado un largo camino en el estudio de los continuos utilizando los puntos de corte, puntos de no corte, puntos orilla y puntos no bloque, por lo que resulta natural que los utilicemos para clasificar determinados continuos.

## Bibliografía

[1] D. Anderson, «Shore and non-block points in Hausdorff continua», *Topology Appl.*, vol. 193, 2015, 152–161, https://doi.org/10.1016/j.topol.2015.06.006.

[2] ______, «A continuum without non-block points», *Topology Appl.*, vol. 218, 2017, 42–52, https://doi.org/10.1016/j.topol.2016.12.014.

[3] ______, «The shore point existence problem is equivalent to the non-block point existence problem», *Topology Appl.*, vol. 262, 2019, 1–10, https://doi.org/10.1016/j.topol.2019.05.008.

[4] D. Anderson y P. Bankston, «Extreme points in a continuum», *Topology Appl.*, vol. 257, 2019, 106–121, https://doi.org/10.1016/j.topol.2019.03.003.

[5] R. H. Bing, «Some characterizations of Arcs and Simple Closed Curves», *American Journal of Mathematics*, vol. 70, núm. 3, 1948, 497–506, https://doi.org/10.2307/2372193.

[6] J. Bobok, R. Marciňa, P. Pyrih y B. Vejnar, «Union of shore sets in a dendroid», *Glas. Topology Appl.*, vol. 161, 2014, 206–214, https://doi.org/10.1016/j.topol.2013.10.020.

[7] J. Bobok, P. Pyrih y B. Vejnar, «Non-cut, shore and non-block points in continua», *Glas. Mat.*, vol. 51, 2016, 237–253, https://doi.org/10.3336/gm.51.1.14.

[8] ______, «On blockers in continua», *Topology Appl.*, vol. 202, 2016, 346–355, https://doi.org/10.1016/j.topol.2016.01.013.

[9] J. Camargo, D. Maya y L. Ortíz, «The hyperspace of nonblockers of $F_1(x)$», *Topology Appl.*, vol. 251, 2019, 70–81, https://doi.org/10.1016/j.topol.2018.10.007.

[10] R. Escobedo, M. de J. López y H. Villanueva, «Nonblockers in hyperspaces», *Topology Appl.*, vol. 159, 2012, 3614–3618, https://doi.org/10.1016/j.topol.2012.09.002.

[11] A. Illanes, *Hiperespacios de continuos*, Aportaciones Matemáticas, Sociedad Matemática Mexicana, Nivel Medio, 2004.

[12] A. Illanes y P. Krupski, «Blockers in hyperspaces», *Topology Appl.*, vol. 58, 2011, 653–659, https://doi.org/10.1016/j.topol.2011.01.001.

[13] R. Leonel, «Shore points of a continuum», *Topology Appl.*, vol. 161, 2014, 433–441, https://doi.org/10.1016/j.topol.2013.11.004.

[14] S. Macías, «Homogeneous continua and non-blockers», *Topology Procceedings*, vol. 55, 2020, 115–121.

[15] L. Montejano y I. Puga, «Shore points in dendroids and canonical pointed hyperspaces», *Topology Appl.*, vol. 46, 1992, 41–54, https://doi.org/10.1016/0166-8641(92)90038-2.

[16] R. L. Moore, «Concerning simple continuos curves», *Trans. Amer. Math. Soc.*, vol. 21, 1920, 333–347, https://doi.org/10.1090/S0002-9947-1920-1501148-4.

[17] S. B. Nadler Jr., *Continuum Theory: An Introduction*, Monographs and Textbooks in Pure and Applied Math., núm. 158, Marcel Decker, New York, Basel, Hong Kong, 1992.

[18] V. Neumann-Lara y I. Puga, «Shore points and dendrites», *Proc. Amer. Math. Soc.*, vol. 118, 1993, 939–942, https://doi.org/10.1090/S0002-9939-1993-1137230-6.
[19] C. Piceno, «Nonblockers in homogeneous continua», *Topology Appl.*, vol. 249, 2018, 127–134, https://doi.org/10.1016/j.topol.2018.09.011.